ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ΄ΕΠΑΛ

Θέμα 1

Α1. Απόδειξη σχολικού βιβλίου σελ. 31

Α2. α) Λ   β) Σ γ) Σ

Α3. α) $(x^p)' = p\cdot x^{p-1}$ β) (συνx)' = -ημx   γ) $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{\nu} x_i \cdot w_i}{\sum_{i=1}^{\nu} w_i}$

Θέμα 2

Β1. $\lim_{x\to 1}\frac{x^2+x-2}{x-1} = \frac{0}{0}$

Παραγοντοποιούμε αριθμητή: $x^2 + x - 2 = (x-1)(x+2)$

Επομένως το όριο γίνεται :

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2+x-2}{x-1} = \lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+2)}{x-1} = \lim_{x\to 1}(x+2) = 1+2 = 3$$

Άρα κ = 3

Β2. Για κ=3 οι βαθμοί είναι :

4 , 3 , 5 , 6 , 7 , 4 , 6 , 5 , 6 , 4

Μέση τιμή:

$$\bar{x} = \frac{4+3+5+6+7+4+6+5+6+4}{10} = \frac{50}{10} = 5$$

Β3. $s^2=\frac{1}{v}\sum_{i=1}^{10}(t_i-\bar{x})^2=\frac{1}{v}[(4-5)^2+(3-5)^2+(5-5)^2+(6-5)^2+(7-5)^2+(4-5)^2+(6-5)^2+(5-5)^2+(6-5)^2+(4-5)^2]=$

$\frac{1}{10}[1+4+0+1+4+1+1+0+1+1]=\frac{14}{10}=1{,}4$

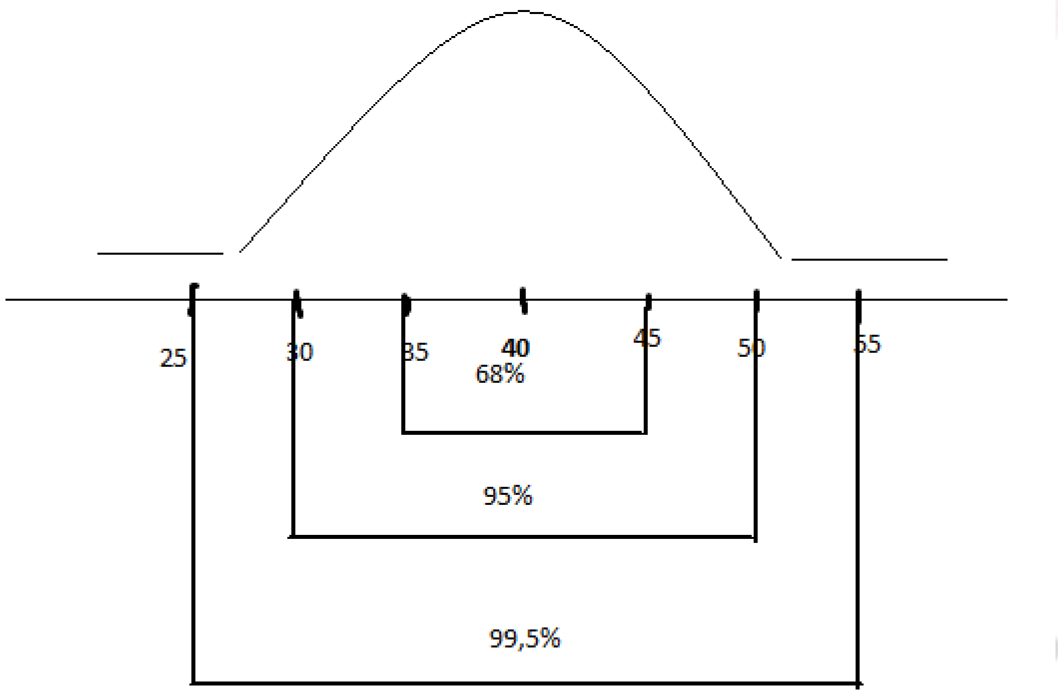
Β4. $CV\%=\frac{s}{\bar{x}}\cdot 100=\frac{\sqrt{1{,}4}}{5}\cdot 100=\frac{1{,}18}{5}\cdot 100=\frac{118}{5}=23{,}6\%$

<u>Θέμα 3</u>

Γ1. Επειδή η κατανομή είναι κανονική γνωρίζουμε ότι το 50% των παρατηρήσεων βρίσκεται πάνω από το $\bar{x}$. Επομένως $\bar{x}=40$.

Γ2. Το 16% έχει ηλικία μικρότερη από 35. Στην κανονική κατανομή το 16% είναι μικρότερο από το $\bar{x}-s$. Επομένως $\bar{x}-s=35 \Rightarrow 40-s=35 \Rightarrow s=40-35 \Rightarrow s=5$

Γ3. Η καμπύλη συχνοτήτων είναι της μορφής



Μεγαλύτερη ηλικία από 45 έχει το 16%

Το 100% αντιστοιχεί σε 400 εργαζόμενους

Το 16%   αντιστοιχεί σε x   εργαζόμενους

Άρα $\frac{100 \cdot x}{100} = \frac{16 \cdot 400}{100} \Rightarrow x = 64$ εργαζόμενοι

Γ4. Το ποσοστό των εργαζόμενων με ηλικία από 30 έως 45 είναι :

47,5% + 34% = 81,5%

Το 100% αντιστοιχεί σε 400 εργαζόμενους

Το 81,5% αντιστοιχεί σε x   εργαζόμενους

Άρα $\frac{100 \cdot x}{100} = \frac{400 \cdot 81{,}5}{100} \Rightarrow x = 81{,}4 \cdot 4 \Rightarrow x = 326$ εργαζόμενοι

Θέμα 4

Δ1. $f'(x) = \left(-\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 3x + 1\right)' = -x^2 + 4x - 3$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow -x^2 + 4x - 3 = 0 \Rightarrow -(x-3)(x-1) = 0 \Rightarrow x = 1 \; \eta \; x = 3$$

x	$-\infty$	1		3		$+\infty$
f'(x)	-	0	+	0	-	
f(x)	↘		↗		↘	

Επομένως η f είναι γνησίως αύξουσα στο [1,3]

Και γνησίως φθίνουσα στα (-∞ , 1] και [3 , +∞)

Δ2. Η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο $x_1 = 1$, το $f(1) = -\frac{1}{3} + 2 - 3 + 1 = -\frac{1}{3}$

Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_2 = 3$, το

$f(3) = -\frac{1}{3} \cdot 3^3 + 2 \cdot 3^2 - 3 \cdot 3 + 1 = -\frac{1}{3} \cdot 27 + 18 - 9 + 1 = -9 + 18 - 9 + 1 = 1$

Δ3. Έστω $(x_0, f(x_0))$ το σημείο επαφής

Για να είναι η εφαπτομένη παράλληλη στην ευθεία y = x + 2017 πρέπει να έχουν ίδιο συντελεστή διεύθυνσης . Επομένως :

$$f'(x_0) = 1 \Rightarrow -{x_0}^2 + 4x_0 - 3 = 1 \Rightarrow {x_0}^2 - 4x_0 + 4 = 0 \Rightarrow$$

$$(x_0 - 2)^2 = 0 \Rightarrow x_0 = 2$$

Ακόμα έχουμε ότι

$$f(2) = -\frac{1}{3} \cdot 2^3 + 2 \cdot 2^2 - 3 \cdot 2 + 1 = -\frac{8}{3} + 8 - 6 + 1 = -\frac{8}{3} + 3 = \frac{1}{3}$$

Άρα το σημείο είναι το $(2, f(2))$ δηλαδή το $(2\ , \frac{1}{3})$.

Δ4. $f''(x) = (-x^2 + 4x - 3)' = -2x + 4$

Οι τιμές των τετμημένων y_i είναι της μορφής :

$$y_i = -2x_i + 4$$

Επομένως

$$s_y = |-2| \cdot s_x$$

$$s_y = 2 \cdot 3$$

$$s_y = 6$$

Επιμέλεια απαντήσεων: Ανδρέας Τσιριμώκος