ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2020

ΜΑΘΗΜΑ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ’ ΕΠΑΛ

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ

ΜΑΡΙΑ ΡΑΒΔΟΥ, ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ ΚΑΡΑΓΓΕΛΗΣ, ΓΙΩΡΓΟΣ ΤΟΓΙΟΠΟΥΛΟΣ, ΔΗΜΗΤΡΗΣ ΒΕΡΕΜΗΣ

Νέο Φροντιστήριο
www.neo.edu.gr

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό βιβλιο σελίδα 16

Α2. α)Λ

β) Σ

γ) Λ

Α3. α. $\left(f(x)\cdot g(x)\right)' = f'(x)\cdot g(x) + f(x)\cdot g'(x)$

β. $\left(\sqrt{x}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$, με $x > 0$

γ. $(\sigma\upsilon\nu x)' = -\eta\mu x$

Α4. Σχολικό βιβλιο σελίδα 28-29

ΘΕΜΑ Β

Β1.

x	v_i	$f_i\%$	N_i	$F_i\%$
0	20	40	20	40
1	15	30	35	70
2	10	20	45	90
3	5	10	50	100
Σύνολο	50	100		

- $f_1\% = 40\%$
- $f_2\% = F_2 - F_1 = 70\% - 40\% = 30\%$
- $f_3 = \frac{\nu_3}{\nu} \Leftrightarrow \frac{20}{100} = \frac{10}{\nu} \Leftrightarrow 2\nu = 100 \Leftrightarrow \nu = 50$

Β2. $f_4\% = 10\%$

Β3. $\nu_2 + \nu_3 + \nu_4 = 15 + 10 + 5 = 30$

Β4. $F_3\% = 90\%$

<u>Θέμα Γ</u>

Γ.1.

Αφού η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το Α(- 1, -2) ισχύει ότι:

f (-1) = - 2

$(-1)^3$ - λ + 2 = - 2

- 1 - λ + 2 = - 2

λ = 3

Γ.2.

Για λ = 3, $f(\chi) = x^3 - 3x^2 + 2$, χ∈ ℝ

$f'(x) = 3x^2 - 6x$, χ∈ ℝ

$f''(x) = 6x - 6$, χ∈ ℝ

Γ.3.

<u>Μονοτονία:</u>

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow 3x(x-2) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ή $\chi = 2$

$f'(x) > 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6\chi > 0 \Leftrightarrow 3x(x-2) > 0 \Leftrightarrow x < 0$ ή $\chi > 2$

$f'(x) < 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x < 0 \Leftrightarrow 3x(x-2) < 0 \Leftrightarrow 0 < \chi < 2$

Ο πίνακας μεταβολών της f είναι ο παρακάτω:

χ	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		+		$-+$			
$f(x)$		↗	Τ.Μ	↙	Τ.Ε.	↗	

Η f είναι γνησίως αύξουσα στο $(-\infty, 0]$

Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $[0, 2]$

Η f είναι γνησίως αύξουσα στο $[2, +\infty)$

<u>Ακρότατα:</u>

Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $\chi_1 = 0$, το $f(0) = 2$ και τοπικό ελάχιστο στο $\chi_2 = 2$ το $f(2) = -2$

Γ.4.

$$\lim_{x\to 1}\frac{f'(x)+3}{f''(x)} = \lim_{x\to 1}\frac{3x^2-6x+3}{6x-6} = \lim_{x\to 1}\frac{3(x^2-2x+1)}{6(x-1)} = \lim_{x\to 1}\frac{3(x-1)^2}{6(x-1)} = \lim_{x\to 1}\frac{x-1}{2} = \frac{1-1}{2} = 0$$

<u>**ΘΕΜΑ Δ**</u>

Δ1.

$$f(x) = \left(x^2+4x+5\right)^{20} \Rightarrow f'(x) = \left[\left(x^2+4x+5\right)^{20}\right]' = 20\cdot\left(x^2+4x+5\right)^{19}\cdot\left(x^2+4x+5\right)' =$$

$$20\cdot\left(x^2+4x+5\right)^{19}\cdot\left(2x+4\right) = 20\cdot\left(x^2+4x+5\right)^{19}\cdot 2\cdot\left(x+2\right) = 40\cdot\left(x^2+4x+5\right)^{19}\cdot\left(x+2\right) \quad (1)$$

Δ2. Από τον ορισμό της παραγώγου συνάρτησης στο x_0=-2 έχουμε:

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(-2+h)-f(-2)}{h} = f'(-2) \overset{(1)}{=} 40\cdot\left[(-2)^2+4(-2)+5\right]\cdot(-2+2) = 0$$

Δ3. Για να είναι η εφαπτομένη ευθεία y=λx+β της γραφικής παράστασης της f , παράλληλη στον άξονα x'x, θα πρέπει να υπάρχει $x_0 \in \mathbb{R}$, τέτοιο ώστε:

$\lambda = f(x_0) = 0 \Leftrightarrow 40\cdot\left(x_0^{\ 2}+4x_0+5\right)^{19}\cdot\left(x_0+2\right) = 0 \Leftrightarrow x_0 = -2$, γιατί $x_0^{\ 2}+4x_0+5 \neq 0$, αφού $\Delta=4^2-4\cdot 1\cdot 5=-4<0$.

Επομένως η εφαπτομένη ευθεία y=λx+β της γραφικής παράστασης της f , θα έχει λ=0 και

β=f(-2)= $\left((-2)^2+4\cdot(-2)+5\right)^{20} = \left(4-8+5\right)^{20} = 1^{20} = 1$. Οπότε η ζητούμενη ευθεία θα έχει εξίσωση: y=0x+1 $\Leftrightarrow y = 1$

Δ4. Η απόσταση των δύο σημείων Α και Ο δίνεται από τον τύπο: $\left(AO\right) = \sqrt{\left(x-0\right)^2+\left(1-0\right)^2} = \sqrt{x^2+1}$.

Θεωρούμε την συνάρτηση S που εκφράζει την απόσταση των δύο αυτών σημείων : S(x)= $\sqrt{x^2+1}$, με αντίστοιχη παράγωγο: $S'(x)=\frac{1}{2\cdot\sqrt{x^2+1}}\cdot\left(x^2+1\right)'=\frac{2\cdot x}{2\cdot\sqrt{x^2+1}}=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$. Επομένως ο ρυθμός μεταβολής της απόστασης των σημείων Α και Ο , όταν x=1 , θα είναι: $S'(1)=\frac{1}{\sqrt{1^2+1}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$