ΘΕΜΑ Α

Α1. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελίδα 65

Α2. Απόδειξη σχολικού βιβλίου σελίδα 28

Α3. α) ΛΑΘΟΣ

β) ΣΩΣΤΟ

γ) ΛΑΘΟΣ

Α4. α) $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$

β) $\left(x^{\nu}\right)' = \nu \cdot x^{\nu-1}$

γ) $\left(c \cdot f(x)\right)' = c \cdot f'(x)$

ΘΕΜΑ Β

Β1. $f(x) = x^2 - \alpha x + 2, \quad x \in \mathbb{R}$

$A(1,0) \in C_f \Rightarrow f(1) = 0 \Leftrightarrow 1^2 - \alpha \cdot 1 + 2 = 0 \Leftrightarrow -\alpha + 3 = 0 \Leftrightarrow \alpha = 3$

Β2. $f(x) = x^2 - 3x + 2$

$$g(x) = \frac{f(x)}{x^2 - 1} = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$$

Πρέπει: $x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x^2 \neq 1 \Leftrightarrow x \neq 1$ και $x \neq -1$

Άρα $\boxed{Ag = \mathbb{R} - \{-1, 1\}}$

Β3. $\lim\limits_{x\to 1} g(x) = \lim\limits_{x\to 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} = \lim\limits_{x\to 1} \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x+1)} = \lim\limits_{x\to 1} \frac{x-2}{x+1} = \frac{1-2}{1+1} = -\frac{1}{2}$

Αφού $x^2 - 3x + 2 = 0$

$$\Delta = \beta^2 - 4 \cdot \alpha \cdot \gamma = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 9 - 8 = 1$$

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{3 \pm 1}{2} \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 1 \end{cases}$$

Β4. Η f παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ ως πολυωνυμική με: $f'(x)=2x-3$

Έστω $(\varepsilon): y=\lambda\chi+\beta$ η εξίσωση της εφαπτομένης της C_f στο σημείο επαφής $M(0, f(0))$

$\lambda=f'(0)=2\cdot 0-3=-3$

και $f(0)=0^2-3\cdot 0+2=2$

άρα $M(0,2)\in(\varepsilon) \Rightarrow 2=-3\cdot 0+\beta \Leftrightarrow \beta=2$

οπότε $(\varepsilon): y=-3x+2$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

Έτη υπηρεσίας [ )	xi	vi	fi	αi
$[4,8)$	6	5	0,1	36^o
$[8,12)$	10	15	0,3	108^o
$[12,16)$	14	10	0,2	72^o
$[16,20)$	18	20	0,4	144^o
Σύνολο	–	50	1	360^o

$f_2=\dfrac{\nu_2}{\nu} \Leftrightarrow \nu_2=f_2\cdot\nu \Leftrightarrow \nu_2=0,3\cdot 50 \Leftrightarrow \nu_2=15$

$f_3=\dfrac{\nu_3}{\nu} \Leftrightarrow \nu_3=f_3\cdot\nu \Leftrightarrow \nu_3=0,2\cdot 50 \Leftrightarrow \nu_3=10$

$\alpha_2^o=f_2\cdot 360^o=0,3\cdot 360^o=108^o$

$\alpha_3^o=f_3\cdot 360^o=0,2\cdot 360^o=72^o$

Γ2. Το πλήθος των εκπαιδευτικών που έχουν συμπληρώσει τουλάχιστον 8 έτη υπηρεσίας είναι:

$\nu_2+\nu_3+\nu_4=15+10+20=45$ εκπαιδευτικοί.

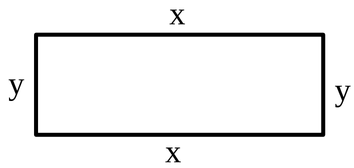
Γ3. Το ποσοστό των εκπαιδευτικών που έχουν συμπληρώσει υπηρεσία λιγότερη από 16 έτη είναι:

$f_1\%+f_2\%+f_3\%=10\%+30\%+20\%=60\%$

Γ4. Το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο των σχετικών συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι ίσο με 1.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



$\Pi = 80 \Leftrightarrow 2x + 2y = 80 \Leftrightarrow x + y = 40 \Leftrightarrow y = 40 - x \quad (1)$

$E = x \cdot y \overset{(1)}{=} x \cdot (40 - x) = 40x - x^2$

άρα $E(x) = -x^2 + 40x$

πρέπει $0 < 2x < 80 \Leftrightarrow 0 < x < 40$

τελικά $\boxed{E(x) = -x^2 + 40x \quad \text{με} \quad 0 < x < 40}$

Δ2. $E(x) = -x^2 + 40x, \quad 0 < x < 40$

$E'(x) = -2x + 40$

$E'(x) = 0 \Leftrightarrow -2x + 40 = 0 \Leftrightarrow 2x = 40 \Leftrightarrow x = 20$

$E'(x) > 0 \Leftrightarrow -2x + 40 > 0 \Leftrightarrow -2x > -40 \Leftrightarrow 0 < x < 20$

$E'(x) < 0 \Leftrightarrow -2x + 40 < 0 \Leftrightarrow -2x < -40 \Leftrightarrow 20 < x < 40$

x	0		20		40
E'		+	0	−	
E		↗		↘	

ΟΛ. ΜΕΓΙΣΤΟ

Η Ε είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $(0, 20]$ και γνησίως φθίνουσα στο $[20, 40)$

Δ3. Το εμβαδόν του οικοπέδου γίνεται μέγιστο για $x = 20$ και η μέγιστη τιμή του είναι

$E(20) = -20^2 + 40 \cdot 20 = -400 + 800 = 400 \text{ m}^2$

Δ4. $x_A < x_B \Leftrightarrow 29,5 < 34,2 \underset{\text{στο}[20,40)}{\overset{E \searrow}{\Leftrightarrow}} E(29,5) > E(34,2)$. Άρα μεγαλύτερο εμβαδόν έχει το οικόπεδο Α.