Νέο Φροντιστήριο

Τράπεζα Θεμάτων Β Λυκείου

Φυσική Προσανατολισμού

Κεφάλαιο: 2 Διατήρηση της ορμής

Θέμα 2

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σώμα μάζας M βρίσκεται ακίνητο πάνω σε λεία οριζόντια επιφάνεια. Βλήμα μάζας $m = M/4$ με κινητική ενέργεια E, κινείται οριζόντια και συγκρούεται πλαστικά με το σώμα μάζας M. Η απώλεια στην κινητική ενέργεια $K_{\alpha\pi}$ λόγω της κρούσης είναι:

(α) $K_{\alpha\pi} = \frac{4}{5}E$, **(β)** $K_{\alpha\pi} = \frac{2}{5}E$, **(γ)** $K_{\alpha\pi} = \frac{1}{5}E$

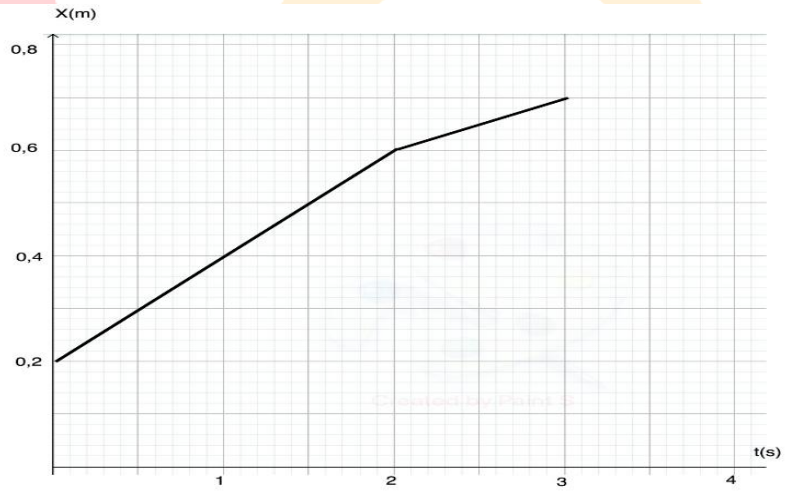
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2.



Αμαξίδιο (Α) μάζας $m_A = 1Kg$, τη χρονική στιγμή $t = 2s$ συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο αμαξίδιο μάζας m_B. Το διάγραμμα της θέσης του αμαξιδίου (Α) με το χρόνο πριν και μετά την κρούση φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Η μάζα του αμαξιδίου (Β) ισούται με:

(α) $m_B = 0{,}5Kg$, **(β)** $m_B = 1Kg$, **(γ)** $m_B = 2Kg$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α).

Μονάδες 4

2.1.Β. Εφαρμόζοντας Α.Δ.Ο. κατά τη διάρκεια της κρούσης των δύο σωμάτων έχουμε:

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m\upsilon + 0 = (m+M)V \Rightarrow V = \frac{m}{m+M}\upsilon \Rightarrow V = \frac{\upsilon}{5}$$

(μονάδες 4)

Η απώλεια στην κινητική ενέργεια θα είναι:

$$K_{\alpha\pi} = \frac{1}{2}m\upsilon^2 - \frac{1}{2}(m+M)V^2 = \frac{1}{2}m\upsilon^2 - \frac{1}{2}\cdot 5m\cdot\frac{\upsilon^2}{25} = \frac{4}{5}\cdot\frac{1}{2}m\upsilon^2 = \frac{4}{5}E$$

(μονάδες 4)

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β).

Μονάδες 4

2.2.Β. Από το διάγραμμα θέσης-χρόνου βρίσκουμε τις ταχύτητες του αμαξιδίου (Α) πριν και μετά την κρούση αντίστοιχα:

$$\upsilon_A = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0{,}6-0{,}2}{2-0} = 0{,}2m/s \quad \text{και} \quad \upsilon_A{}' = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0{,}7-0{,}6}{3-2} = 0{,}1m/s$$

(μονάδες 4)

Επειδή το αμαξίδιο (Α) είναι ένα από τα σώματα του συσσωματώματος, έχει την ταχύτητα του συσσωματώματος, δηλαδή: $V = \upsilon_A{}' = 0{,}1m/s$.

Εφαρμόζοντας Α.Δ.Ο. κατά τη διάρκεια της κρούσης των δύο αμαξιδίων βρίσκουμε τη μάζα του αμαξιδίου Β:

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_A\upsilon_A + 0 = (m_A+m_B)V \Rightarrow m_B = \frac{m_A\upsilon_A}{V} - m_A = 1Kg$$

(μονάδες 5)

Μονάδες 9

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 2

2.1. Μικρή σφαίρα αφήνεται να πέσει από μικρό ύψος h από το έδαφος, εκτελώντας ελεύθερη πτώση. Μια ίδια σφαίρα βάλλεται ταυτόχρονα από το ίδιο ύψος με οριζόντια ταχύτητα μέτρου υ_o. Έστω Δt_1 και Δt_2 τα χρονικά διαστήματα που κάνουν η πρώτη και η δεύτερη σφαίρα, αντίστοιχα, για να φτάσουν στο έδαφος. Η σχέση ανάμεσα στα δύο χρονικά διαστήματα είναι:

(α) $\Delta t_1 < \Delta t_2$, **(β)** $\Delta t_1 = \Delta t_2$, **(γ)** $\Delta t_1 > \Delta t_2$

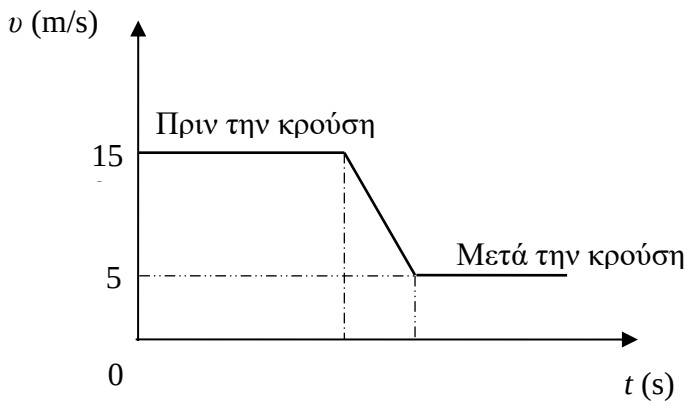
2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2. Στο διπλανό διάγραμμα παρουσιάζεται η τιμή της ταχύτητας ενός σώματος μάζας $m = 100\ g$ που συγκρούεται με δεύτερο σώμα. Η σύγκρουση διαρκεί χρονικό διάστημα $1\ s$ και εξαιτίας της, το σώμα μάζας m επιβραδύνεται. Τα σώματα κινούνται στην ίδια ευθεία πριν και μετά την σύγκρουση. Θεωρήστε ότι η δύναμη, που δέχθηκε γι' αυτό το χρονικό διάστημα το σώμα μάζας m, είναι σταθερή. Το μέτρο της δύναμης που δέχθηκε το σώμα μάζας m κατά την κρούση είναι:



(α) $1\ N$, **(β)** $5\ N$, **(γ)** $15\ N$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Για τη σφαίρα που εκτελεί οριζόντια βολή, σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων, στον κατακόρυφο άξονα η κίνηση της περιγράφεται από τις εξισώσεις της ελεύθερης πτώσης. Άρα θα φτάσει στον ίδιο χρόνο με τη σφαίρα που αφήνεται να πέσει, δηλαδή $\Delta t_1 = \Delta t_2$.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β. Εφαρμόζοντας τον 2ο νόμο του Newton θα υπολογίσουμε την τιμή της σταθερής δύναμης και λαμβάνοντας τις τιμές των ταχυτήτων από τη γραφική παράσταση:

$$\vec{F} = \frac{\vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{P}_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t}$$

$$F = \frac{0{,}1 \cdot 5 - 0{,}1 \cdot 15}{1} N = -1N$$

Άρα το μέτρο της δύναμης που δέχθηκε το σώμα μάζας m κατά την κρούση είναι $1\ N$.

<u>Σχόλιο:</u> Το αντίθετο πρόσημο της τιμής της δύναμης (και της επιτάχυνσης που προκαλεί), με αυτό της ταχύτητας, περιγράφει επιβραδυνόμενη κίνηση.

Μονάδες 9

ΑΠΑΝΤΗΣΗ
νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ένα βλήμα μάζας Μ κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω και τη χρονική στιγμή που η ταχύτητά του έχει μέτρο u, εκρήγνυται σε δύο κομμάτια Σ_1και Σ_2 με μάζες $m_1 = m_2 = m$. Το Σ_1 αμέσως μετά την έκρηξη κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = 2\upsilon$. Η ταχύτητα $\vec{\upsilon}_2$ του Σ_2 αμέσως μετά την έκρηξη:

(α) έχει μέτρο υ και διεύθυνση κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω.
(β) έχει μέτρο υ και διεύθυνση κατακόρυφη με φορά προς τα κάτω.
(γ) είναι μηδέν.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο σημειακές μάζες $m_1 = m$ και $m_2 = 4m$ βρίσκονται σε απόσταση r. Στο σημείο Ο που η ένταση του βαρυτικού τους πεδίου είναι μηδέν, το δυναμικό έχει τιμή:

(α) $V_O = -G\frac{5m}{r}$ **(β)** $V_O = -G\frac{9m}{r}$ **(γ)** $V_O = -G\frac{15m}{r}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 2

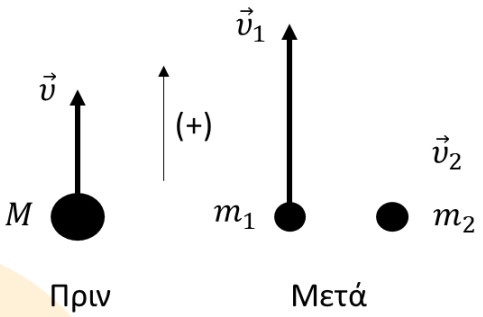
2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Κατά τη διάρκεια της έκρηξης το σύστημα θεωρείται μονωμένο, $\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\xi} \cong 0$, αφού τα βάρη των σωμάτων δεν προλαβαίνουν να επηρεάσουν το αποτέλεσμά της.



Εφαρμόζουμε Αρχή Διατήρησης της Ορμής για την έκρηξη

$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow M \cdot \vec{\upsilon} = m_1 \cdot \vec{\upsilon}_1 + m_2 \cdot \vec{\upsilon}_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2m \cdot \upsilon = m \cdot \upsilon_1 + m \cdot \upsilon_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2m \cdot \upsilon = m \cdot 2\upsilon + m \cdot \upsilon_2$

Επομένως, $\upsilon_2 = 0$

Μονάδες 8

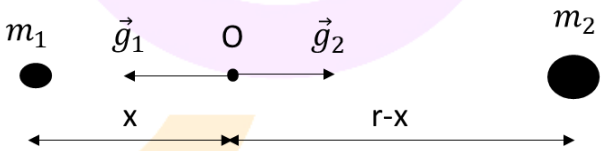
2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Το σημείο Ο που η ένταση του βαρυτικού τους πεδίου είναι μηδέν απέχει απόσταση x από την m_1.



$$\vec{g}_{(O)} = 0 \Rightarrow g_1 = g_2 \Rightarrow G \cdot \frac{m_1}{x^2} = G \cdot \frac{m_2}{(r-x)^2} \Rightarrow \frac{m}{x^2} = \frac{4m}{(r-x)^2} \Rightarrow (r-x)^2 = 4x^2 \Rightarrow x = \frac{r}{3}$$

Το δυναμικό στο σημείο Ο είναι ίσο με το αλγεβρικό άθροισμα των δυναμικών των δύο μαζών στο σημείο αυτό. Επομένως,

$$V_O = V_{O,1} + V_{O,2} \Rightarrow V_O = -\frac{Gm_1}{x} - \frac{Gm_2}{r-x} \Rightarrow V_O = -G\frac{9m}{r}$$

Μονάδες 9

ΑΠΑΝΤΗΣΗ
νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ένα βλήμα μάζας Μ που είναι ακίνητο εκρήγνυται σε δύο κομμάτια Σ_1και Σ_2 με μάζες $m_1 = m$ και $m_2 = 2m$. Ο λόγος των κινητικών ενεργειών $\frac{K_1}{K_2}$ των δύο κομματιών αμέσως μετά την έκρηξη είναι ίσος με:

(α) 1 **(β)** 2 **(γ)** $\frac{1}{2}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Τρεις σημειακές μάζες m_1 και m_2 και m_3 βρίσκονται στις κορυφές Α, Β και Γ αντίστοιχα, ισόπλευρου τριγώνου με μήκος πλευράς r. Αν υποδιπλασιάσουμε το μήκος κάθε πλευράς του τριγώνου η δυναμική ενέργεια του συστήματος των τριών αυτών μαζών:

(α) διπλασιάζεται
(β) τετραπλασιάζεται
(γ) εξαπλασιάζεται

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 2

2.1.

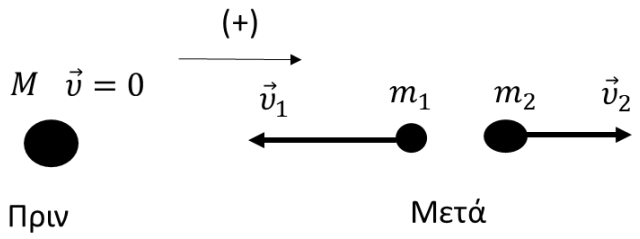
2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Κατά τη διάρκεια της έκρηξης το σύστημα είναι, $\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\xi} = 0$.

Εφαρμόζουμε Αρχή Διατήρησης της Ορμής για την έκρηξη



$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow 0 = m_1 \cdot \vec{\upsilon}_1 + m_2 \cdot \vec{\upsilon}_2 \Rightarrow 0 = -m_1 \cdot \upsilon_1 + m_2 \cdot \upsilon_2 \Rightarrow m \cdot \upsilon_1 = 2m \cdot \upsilon_2 \Rightarrow \upsilon_1 = 2\upsilon_2$$

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{1}{2}m_1 \cdot \upsilon_1^2}{\frac{1}{2}m_2 \cdot \upsilon_2^2} \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \frac{m \cdot 4\upsilon_2^2}{2m \cdot \upsilon_2^2} \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = 2$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Όταν το ισόπλευρο τρίγωνο έχει πλευρά με μήκος r, η δυναμική ενέργεια του συστήματος των τριών σημειακών μαζών m_1, m_2 και m_3, είναι ίση με:

$$U = -G\frac{m_1 \cdot m_2}{r} - G\frac{m_1 \cdot m_3}{r} - G\frac{m_2 \cdot m_3}{r}$$

Όταν το ισόπλευρο τρίγωνο έχει πλευρά με μήκος $r' = \frac{r}{2}$, η δυναμική ενέργεια του συστήματος των τριών σημειακών μαζών m_1, m_2 και m_3, είναι ίση με:

$$U' = -G\frac{m_1 \cdot m_2}{\frac{r}{2}} - G\frac{m_1 \cdot m_3}{\frac{r}{2}} - G\frac{m_2 \cdot m_3}{\frac{r}{2}} \Rightarrow U' = 2U$$

Μονάδες 9

ΑΠΑΝΤΗΣΗ
νέο φροντιστήριο

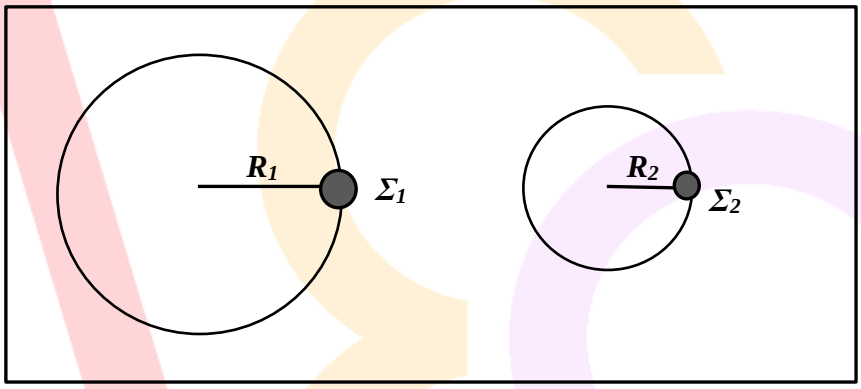
ΘΕΜΑ 2

2.1. « Ένας αθλητής καλαθοσφαίρισης (basketball) πατάει γερά και σηκώνεται αφήνοντας τη μπάλα στο καλάθι».

Να αιτιολογήσετε αν παραβιάζεται ή όχι, η αρχή διατήρησης της ορμής στο σύστημα αθλητής-Γη κατά τη διάρκεια του φαινομένου.

Μονάδες 12

2.2 Δύο σφαιρίδια $Σ_1$ και $Σ_2$ βρίσκονται σε λείο οριζόντιο τραπέζι (κάτοψη του οποίου φαίνεται στο σχήμα), είναι δεμένα με λεπτά μη εκτατά νήματα μήκους R_1 και R_2 αντίστοιχα, από ακλόνητα σημεία με



αποτέλεσμα να εκτελούν κυκλική κίνηση. Έστω ότι οι ακτίνες των τροχιών των δύο σφαιριδίων ικανοποιούν τη σχέση $R_1 = 2 \cdot R_2$ και ότι η περίοδος της κυκλικής κίνησής τους είναι ίδια.

2.2.Α. Να μεταφέρετε στο φύλλο απαντήσεων το σχήμα και να σχεδιάσετε τα διανύσματα της γραμμικής ταχύτητας και της κεντρομόλου επιτάχυνσης σε κάθε σφαιρίδιο.

Μονάδες 2

Αν α_1 είναι το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σφαιριδίου $Σ_1$ και α_2 είναι το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σφαιριδίου $Σ_2$, η σχέση που τα συνδέει, είναι :

(α) $\alpha_1 = 2 \cdot \alpha_2$, **(β)** $\alpha_1 = 4 \cdot \alpha_2$, **(γ)** $\alpha_1 = \frac{1}{2} \cdot \alpha_2$

2.2.Β. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 3

2.2.Γ. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 2

2.1. Η αρχή διατήρησης της ορμής στο σύστημα αθλητής-Γη κατά τη διάρκεια του φαινομένου **δεν** παραβιάζεται. Εφαρμόζοντας την διατήρηση για το σύστημα το οποίο δεν δέχεται εξωτερικές δυνάμεις, οπότε είναι μονωμένο κατά το πάτημα του αθλητή και αμέσως αφού σηκωθεί από το δάπεδο, έχουμε:

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}$$

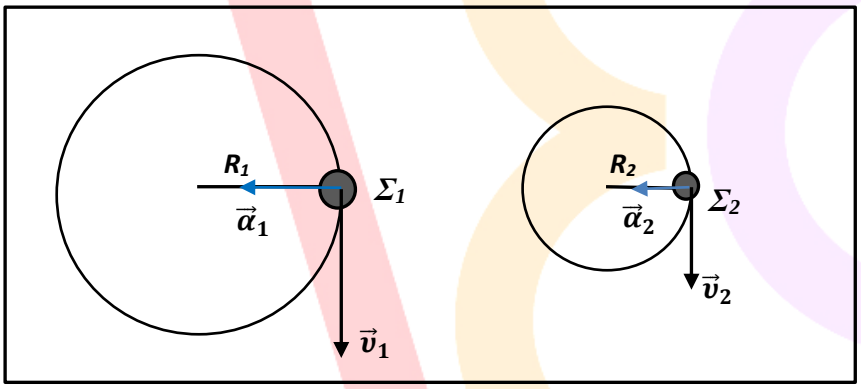
$$0 = m \cdot \upsilon - M \cdot V \text{ ή } V = \frac{m \cdot \upsilon}{M}$$

ότι η ταχύτητα της Γης $\vec{V}$ είναι πρακτικά μηδενική λόγω της πολύ μεγάλης μάζας της M σε σύγκριση με τη μάζα του αθλητή m.

Μονάδες 12

2.2.

2.2.Α.



Μονάδες 2

2.2.Β. Σωστή απάντηση η (α).

Μονάδες 3

2.2.Γ.

Εφόσον οι περίοδοι της κυκλικής κίνησής τους είναι ίσες το ίδιο θα συμβαίνει και για τις γωνιακές ταχύτητες:

$$T_1 = T_2 \text{ ή } \frac{2\cdot\pi}{T_1} = \frac{2\cdot\pi}{T_2} \text{ ή } \omega_1 = \omega_2$$

Η συσχέτιση των κεντρομόλων επιταχύνσεων των δύο σφαιριδίων θα είναι:

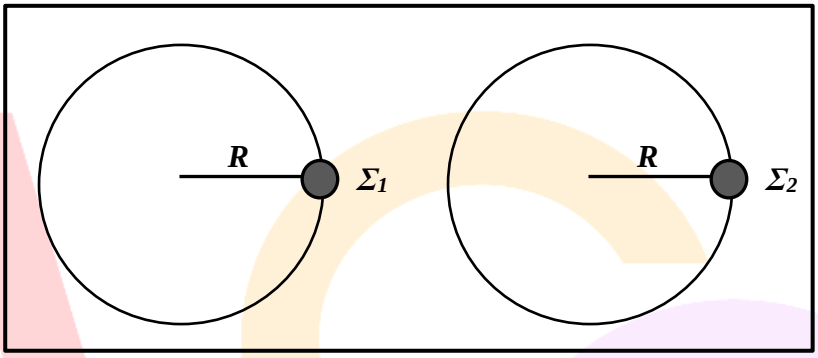
$$\alpha_1 = {\omega_1}^2 \cdot R_1 \xrightarrow{\omega_1=\omega_2, R_1=2\cdot R_2} \alpha_1 = {\omega_2}^2 \cdot 2 \cdot R_2$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = 2 \cdot \alpha_2$$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 2

2.1 Δύο σφαιρίδια $Σ_1$ και $Σ_2$ βρίσκονται σε λείο οριζόντιο τραπέζι (κάτοψη του οποίου φαίνεται στο σχήμα), είναι δεμένα με λεπτά μη εκτατά νήματα ίδιου μήκους R από ακλόνητα σημεία με αποτέλεσμα να εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση. Έστω ότι T_1 είναι η περίοδος της ομαλής κυκλικής κίνησης του σφαιριδίου $Σ_1$ και T_2 η περίοδος της ομαλής κυκλικής κίνησης του σφαιριδίου $Σ_2$, οι οποίες ικανοποιούν τη σχέση $T_1 = 2 \cdot T_2$.



2.1.Α. Να μεταφέρετε στο φύλλο απαντήσεων το σχήμα και να σχεδιάσετε τα διανύσματα της γραμμικής ταχύτητας και της κεντρομόλου επιτάχυνσης σε κάθε σφαιρίδιο.

Μονάδες 2

Αν α_1 είναι το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σφαιριδίου $Σ_1$ και α_2 είναι το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σφαιριδίου $Σ_2$, η σχέση που τα συνδέει, είναι :

(α) $\alpha_2 = 2 \cdot \alpha_1$, **(β)** $\alpha_2 = 4 \cdot \alpha_1$, **(γ)** $\alpha_2 = \frac{1}{4} \cdot \alpha_1$

2.1.Β. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 3

2.1.Γ. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7

2.2. Ένα μπαλάκι μάζας m προσκρούει κάθετα σε οριζόντιο πάτωμα με ταχύτητα μέτρου υ_1 και αναπηδά κατακόρυφα με ταχύτητα μέτρου υ_2 (Ισχύει $\upsilon_2 < \upsilon_1$). Η χρονική διάρκεια της πρόσκρουσης είναι Δt. Το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκείται κατά τη διάρκεια της πρόσκρουσης από το πάτωμα στο μπαλάκι είναι:

(α) $N = \frac{m(\upsilon_1+\upsilon_2)}{\Delta t} + mg$, **(β)** $N = \frac{m(\upsilon_1-\upsilon_2)}{\Delta t} + mg$, **(γ)** $N = \frac{m(\upsilon_1+\upsilon_2)}{\Delta t} - mg$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

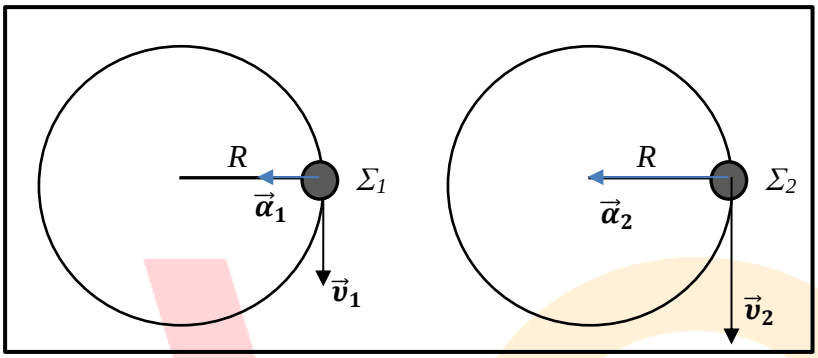
2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α.



Μονάδες 2

2.1.Β. Σωστή απάντηση η (β).

Μονάδες 3

2.1.Γ.

Ξεκινώντας από τη δεδομένη σχέση που συνδέει τις περιόδους της ομαλής κυκλικής κίνησης οδηγούμαστε στη σχέση που συνδέει τις γωνιακές ταχύτητες:

$$T_1 = 2 \cdot T_2 \quad \text{ή} \quad \frac{2 \cdot \pi}{T_1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot \pi}{T_2} \quad \text{ή} \quad \omega_2 = 2 \cdot \omega_1$$

Η συσχέτιση των κεντρομόλων επιταχύνσεων των δύο σφαιριδίων θα είναι:

$$\alpha_2 = {\omega_2}^2 \cdot R = 4 \cdot {\omega_1}^2 \cdot R = 4 \cdot \alpha_1$$

Μονάδες 7

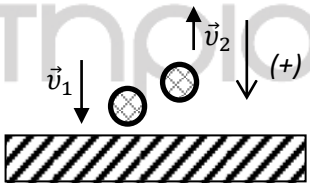
2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α).

Μονάδες 4

2.2.Β.

Το μπαλάκι προσκρούει κάθετα στο οριζόντιο πάτωμα με ταχύτητα μέτρου υ_1 και αναπηδά κατακόρυφα με ταχύτητα μέτρου υ_2 όπως φαίνεται στο σχήμα.



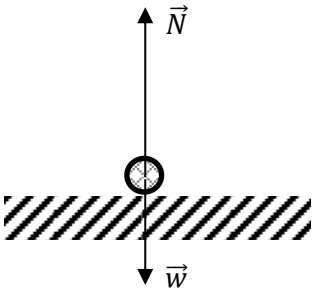
Η μεταβολή της ορμής του είναι:

$\Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$, θεωρώντας ως θετική τη φορά του σχήματος, έχουμε:

$$\Delta p = -p_2 - p_1 = -m \cdot (\upsilon_2 + \upsilon_1)$$

Άρα η μεταβολή της ορμής έχει διεύθυνση κατακόρυφη, φορά προς τα πάνω και μέτρο,

$$\Delta p = m \cdot (\upsilon_2 + \upsilon_1)$$



Μονάδες 3

Σύμφωνα με τον δεύτερο νόμο του Newton:

$\sum \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$, θεωρώντας ως θετική τη φορά του σχήματος, έχουμε:

$$\Sigma F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \text{ ή } \Sigma F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{-m \cdot (\upsilon_2 + \upsilon_1)}{\Delta t} < 0$$

Μονάδες 3

Η συνισταμένη δύναμη έχει φορά προς τα επάνω. Κατά την κρούση ασκούνται στο μπαλάκι οι δυνάμεις του βάρους και η ζητούμενη $\vec{N}$ από το δάπεδο, άρα:

$$\Sigma F = -N + w \text{ ή } \frac{-m \cdot (\upsilon_2 + \upsilon_1)}{\Delta t} = -N + m \cdot g$$

$$N = \frac{m \cdot (\upsilon_2 + \upsilon_1)}{\Delta t} + m \cdot g$$

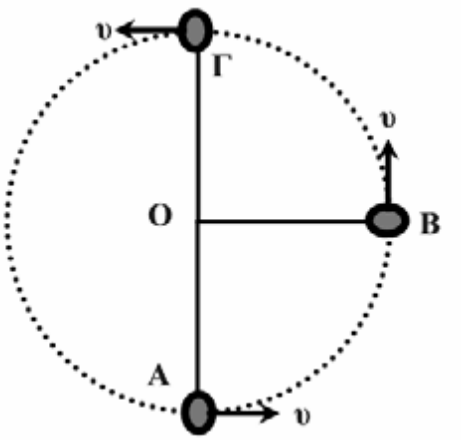
Μονάδες 3

Μονάδες 9

ΑΠΑΝΤΗΣΗ
νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 2

2.1. Το σώμα μάζας m της διπλανής εικόνας περιστρέφεται σε κατακόρυφο κύκλο κέντρου Ο, με σταθερή κατά μέτρο ταχύτητα, στερεωμένο στο άκρο αβαρούς ράβδου μήκους l. Η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει τιμή g.



Αν F_A είναι το μέτρο της δύναμης που δέχεται το σώμα από τη ράβδο όταν διέρχεται από το σημείο Α και F_Γ είναι το μέτρο της δύναμης που δέχεται το σώμα από τη ράβδο όταν διέρχεται από το σημείο Γ, για τα μέτρα των δυνάμεων θα ισχύει:

(α) $F_A = F_\Gamma$, **(β)** $F_A > F_\Gamma$, **(γ)** $F_A < F_\Gamma$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένα βλήμα μάζας $3m$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου υ όταν ξαφνικά εκρήγνυται και διασπάται σε δύο κομμάτια. Το ένα κομμάτι με μάζα m κινείται στην ίδια κατεύθυνση με το βλήμα με ταχύτητα μέτρου 4υ. Η ταχύτητα με την οποία κινείται το δεύτερο κομμάτι μάζας $2m$ είναι:

(α) $-\frac{\upsilon}{2}$, **(β)** $\frac{\upsilon}{2}$, **(γ)** υ

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β. Στη θέση Α η κεντρομόλος δύναμη είναι ίση με:

$$\Sigma F = \frac{m \cdot \upsilon^2}{L} \quad \text{ή} \quad F_A - m\,g = \frac{m\,\upsilon^2}{L}$$

Επίσης στη θέση Γ η κεντρομόλος δύναμη είναι ίση με:

$$\Sigma F = \frac{m\,\upsilon^2}{L} \quad \text{ή} \quad F_\Gamma + m\,g = \frac{m\,\upsilon^2}{L}$$

Επειδή η τιμή της κεντρομόλου δύναμης είναι η ίδια και στις δύο θέσεις (η ταχύτητα είναι σταθερή) θα έχουμε:

$$F_A - m\,g = F_\Gamma + m\,g \quad \text{ή} \quad F_A = F_\Gamma + 2m\,g$$

Από την παραπάνω ισότητα δεδομένου ότι η ποσότητα $m\,g$ είναι πάντα θετική προκύπτει ότι: $F_A > F_\Gamma$

Μονάδες 8

2.2

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Οι δυνάμεις κατά την διάρκεια της έκρηξης είναι εσωτερικές με αποτέλεσμα να έχουμε διατήρηση της ορμής. Έτσι μπορούμε να γράψουμε την αρχή διατήρησης της ορμής πριν και μετά την έκρηξη. Έχουμε ορίσει θετική φορά την φορά κίνησης του βλήματος $\vec{\upsilon}$. Η ταχύτητα του δεύτερου κομματιού είναι $\vec{\upsilon}_x$

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad 3m\,\vec{\upsilon} = m\;4\vec{\upsilon} + 2m\,\vec{\upsilon}_x \quad \text{ή} \quad 3m\,\upsilon = m\;4\upsilon + 2m\,\upsilon_x \quad \text{ή} \quad \upsilon_x = -\frac{\upsilon}{2}$$

Μονάδες 9

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σώμα μάζας m κινείται με ταχύτητα μέτρου υ_0 σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα μάζα Μ. Αν κατά την πλαστική κρούση χάνεται το 75% της αρχικής κινητικής ενέργειας του συστήματος, τότε ο λόγος $\frac{m}{M}$ των μαζών ισούται με:

(α) $\frac{1}{3}$, **(β)** $\frac{1}{4}$, **(γ)** $\frac{1}{2}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ο ωροδείκτης και ο λεπτοδείκτης ενός ρολογιού δείχνουν 6 ακριβώς. Οι δείκτες θα συμπέσουν για πρώτη φορά μετά από χρόνο t:

(α) $\frac{12}{17}h$, **(β)** $\frac{8}{15}h$, **(γ)** $\frac{6}{11}h$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

νέο φροντιστήριο

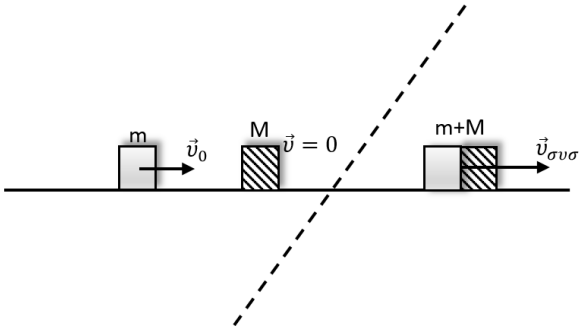
ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.



Εφαρμόζουμε αρχή διατήρηση της ορμής κατά την κρούση

$$\vec{P}_{ΟΛ(πριν)} = \vec{P}_{ΟΛ(μετά)} \Leftrightarrow \vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}_{συσ} \Leftrightarrow \vec{P}_1 = \vec{P}_{συσ} \Leftrightarrow m \cdot \upsilon_0 = (m+M) \cdot \upsilon_{συσ}$$

$$\upsilon_{συσ} = \frac{m \cdot \upsilon_0}{m+M} \ (1)$$

Εφόσον χάνεται το 75% της αρχικής κινητικής ενέργειας του συστήματος παραμένει στο σύστημα 25% της αρχικής κινητικής ενέργειας.

$$K_{συσ} = \frac{25}{100} \cdot K_{αρχ} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot (m+M) \cdot {\upsilon_{συσ}}^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot {\upsilon_0}^2 \ (2)$$

Μέσω της σχέσεως (1) η σχέση (2) γίνεται:

$$\frac{1}{2} \cdot (m+M) \cdot \left(\frac{m \cdot \upsilon_0}{m+M}\right)^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot {\upsilon_0}^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot (m+M) \cdot \frac{m^2 \cdot {\upsilon_0}^2}{(m+M)^2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot {\upsilon_0}^2 \Leftrightarrow \frac{m}{m+M} = \frac{1}{4}$$

$$4m = m + M \Leftrightarrow 3m = M \Leftrightarrow \frac{m}{M} = \frac{1}{3}$$

Μονάδες 8

νέο φροντιστήριο

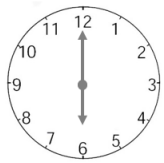
2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β. Τη χρονική στιγμή t ο λεπτοδείκτης και ο ωροδείκτης θα έχουν διαγράψει αντίστοιχα γωνίες ϕ_λ και ϕ_ω αντίστοιχα και θα ισχύει:

$$\varphi_\lambda - \varphi_\omega = \pi \ (1)$$



Αρχική θέση δεικτών

Τελική θέση δεικτών

Οι γωνιακές ταχύτητες του λεπτοδείκτη και του ωροδείκτη είναι ίσες με ω_λ και ω_ω αντίστοιχα.

Ισχύει

$$\varphi_\lambda = \omega_\lambda \cdot t = \frac{2\pi}{T_\lambda} \cdot t \ (2)$$

Όπου $T_\lambda = 1h$ είναι η περίοδος του λεπτοδείκτη και

$$\varphi_\omega = \omega_\omega \cdot t = \frac{2\pi}{T_\omega} \cdot t \ (3)$$

Όπου $T_\omega = 12h$ είναι η περίοδος του ωροδείκτη.
Ισχύει:

$$\varphi_\lambda - \varphi_\omega = \pi \overset{(2),(3)}{\Longleftrightarrow} \frac{2\pi}{T_\lambda} \cdot t - \frac{2\pi}{T_\omega} \cdot t = \pi$$

$$2\pi\left(\frac{t}{T_\lambda} - \frac{t}{T_\omega}\right) = \pi \Leftrightarrow 2 \cdot \left(\frac{t}{T_\lambda} - \frac{t}{T_\omega}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{t}{T_\lambda} - \frac{t}{T_\omega} = \frac{1}{2}$$

$$t\left(\frac{1}{T_\lambda} - \frac{1}{T_\omega}\right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow t\left(\frac{T_\omega - T_\lambda}{T_\lambda \cdot T_\omega}\right) = \frac{1}{2}$$

$$t = \frac{T_\lambda \cdot T_\omega}{2 \cdot (T_\omega - T_\lambda)}$$

$$t = \frac{6}{11} h$$

Μονάδες 9

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σώμα εκτοξεύεται οριζόντια από κάποιο ύψος h πάνω από το έδαφος με οριζόντια ταχύτητα U_0. Κάποια στιγμή η οριζόντια μετατόπιση x έχει το ίδιο μέτρο με την κατακόρυφη μετατόπιση y. Τη στιγμή αυτή, η ταχύτητα του σώματος έχει μέτρο:

(α) $U_0 \cdot \sqrt{3}$, **(β)** $U_0 \cdot \sqrt{5}$ **(γ)** $U_0 \cdot \sqrt{7}$

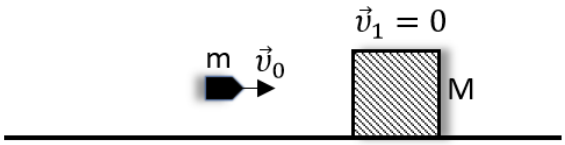
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Βλήμα μάζας m κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου υ_0 και σφηνώνεται στο κέντρο μάζας ακίνητου ξύλινου σώματος μάζας Μ.



Κατά την κρούση αυτή η μεταβολή της ορμής του βλήματος είναι:

(α) $\frac{-m \cdot M \cdot \upsilon_0}{m+M}$, **(β)** $\frac{-2m \cdot M \cdot \upsilon_0}{m+M}$, **(γ)** $-\frac{1}{2} \cdot \frac{m \cdot M \cdot \upsilon_0}{(m+M)}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β. Το σώμα στο οριζόντιο άξονα x εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και στον κατακόρυφο άξονα y ελεύθερη πτώση.

Η οριζόντια μετατόπιση x δίνεται από τον τύπο $x = \upsilon_0 \cdot t$, και η κατακόρυφη μετατόπιση y δίνεται από τον τύπο $y = \frac{1}{2} g \cdot t^2$.

Βάση των δεδομένων της άσκησης τη χρονική στιγμή t το $y = x \Leftrightarrow \frac{1}{2} g \cdot t^2 = \upsilon_0 \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{2 \cdot \upsilon_0}{g}$.

Η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας Ux είναι σταθερή $\upsilon_x = \upsilon_0$.

Η κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας $\upsilon_y = g \cdot t$ άρα $\upsilon_y = g \cdot \frac{2\upsilon_0}{g} \Leftrightarrow \upsilon_y = 2\,\upsilon_0$.

Το μέτρο της ταχύτητας

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2} \Leftrightarrow \upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + (2\,\upsilon_0)^2} \Leftrightarrow \upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + 4\,\upsilon_0^2} \Leftrightarrow \upsilon = \sqrt{5\,\upsilon_0^2} \Leftrightarrow \upsilon = \upsilon_0 \sqrt{5}$$

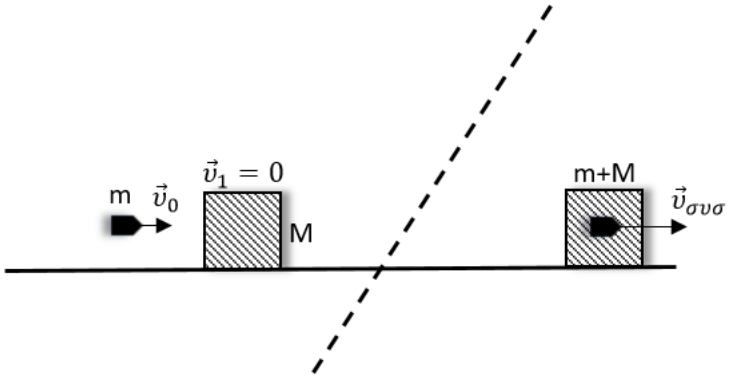
Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.



Εφαρμόζουμε αρχή διατήρηση ορμής κατά την κρούση

$$\vec{P}_{ΟΛ_{πριν}} = \vec{P}_{ΟΛ_{μετά}} \Leftrightarrow \vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}_{\sigma\upsilon\sigma}$$

$$\vec{P}_1 = \vec{P}_{\sigma\upsilon\sigma} \Leftrightarrow m \cdot \upsilon_0 = (m + M) \cdot \upsilon_{\sigma\upsilon\sigma} \Leftrightarrow \upsilon_{\sigma\upsilon\sigma} = \frac{m \cdot \upsilon_0}{m + M} \quad (1)$$

Η μεταβολή ορμής του βλήματος

$$\Delta\vec{P} = \vec{P}_{\beta_{\tau\varepsilon\lambda}} - \vec{P}_{\beta_{\alpha\rho\chi}}$$

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ένα σώμα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, ακτίνας R, έχοντας γραμμική ταχύτητα μέτρου υ. Η περίοδος της κίνησης του σώματος είναι ίση με T. Αν το σώμα αυτό, κινηθεί σε κυκλική τροχιά διπλάσιας ακτίνας και η περίοδος περιστροφής παραμείνει η ίδια, τότε το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας της νέας κίνησης θα:

(α) διπλασιαστεί.
(β) υποδιπλασιαστεί.
(γ) παραμείνει το ίδιο.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Σφαίρα Α, μάζας $m_1 = m$,που κινείται σε λείο οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα μέτρου υ και κινητική ενέργεια K, συγκρούεται πλαστικά με άλλη ακίνητη σφαίρα Β, διπλάσιας μάζας ($m_2 = 2 \cdot m_1$), που βρίσκεται στο ίδιο δάπεδο. Η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος μετά την κρούση είναι:

(α) $\frac{K}{4}$, **(β)** $\frac{K}{3}$, **(γ)** $\frac{3 \cdot K}{2}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (α).

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η γραμμική ταχύτητα δίνεται από τη σχέση:

$$\upsilon = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{T}$$

Αν $R' = 2 \cdot R$, τότε η γραμμική ταχύτητα γίνεται:

$$\upsilon' = \frac{2 \cdot \pi \cdot R'}{T}, \quad \upsilon' = \frac{2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot R}{T}, \quad \upsilon' = 2 \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{T}, \quad \upsilon' = 2 \cdot \upsilon$$

Άρα, θα διπλασιαστεί.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση είναι η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Για το μονωμένο σύστημα η ορμή διατηρείται:

$$\vec{p}_{ολ,αρχ} = \vec{p}_{ολ,τελ}$$

$$m \cdot \upsilon = (m + 2 \cdot m) \cdot v, \quad v = \frac{\upsilon}{3}$$

Η αρχική κινητική ενέργεια του σώματος Α είναι:

$$K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2$$

Η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος είναι:

$$K_\sigma = \frac{1}{2} \cdot (m + 2 \cdot m) \cdot v^2, \quad K_\sigma = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot m \cdot \left(\frac{\upsilon}{3}\right)^2, \quad K_\sigma = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot m \cdot \upsilon^2, \quad K_\sigma = \frac{K}{3}$$

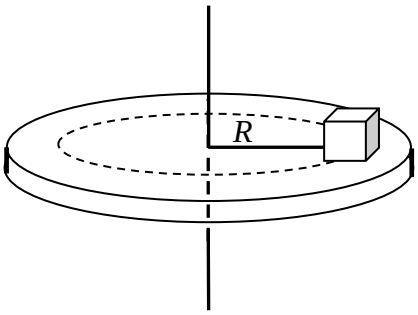
Μονάδες 9

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ Β

2.1 Πάνω σε ένα παλιό πικάπ βρίσκεται ένας δίσκος βινυλίου και πάνω στον δίσκο βινυλίου ένα μεγάλο ζάρι. Μπορούμε να μεταβάλλουμε τη συχνότητα περιστροφής του πικάπ. Όταν το ζάρι βρίσκεται σε απόσταση R_1 από το κέντρο του πικάπ και ο δίσκος περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω_1 η κεντρομόλος δύναμη που ασκείται στο ζάρι έχει μέτρο F_1. Όταν το ζάρι βρεθεί σε απόσταση R_2 επίσης από το κέντρο του πικάπ και ο δίσκος περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω_2 η κεντρομόλος δύναμη που ασκείται στο ζάρι έχει μέτρο F_2.



Για τον λόγο των μέτρων των κεντρομόλων δυνάμεων στις δύο περιπτώσεις ισχύει

(α) $\frac{F_1}{F_2} = \frac{\omega_1^2 \cdot R_1}{\omega_2^2 \cdot R_2}$, **(β)** $\frac{F_1}{F_2} = \frac{\omega_1^2 \cdot R_2}{\omega_2^2 \cdot R_1}$, **(γ)** $\frac{F_1}{F_2} = \frac{\omega_1 \cdot R_1}{\omega_2 \cdot R_2}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Ένας πύραυλος αποτελείται από δύο τμήματα ίσων μαζών m, και κινείται εκτός ατμόσφαιρας κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα μέτρου v, ενώ οι μηχανές του έχουν τεθεί εκτός λειτουργίας. Κάποια στιγμή τίθεται σε λειτουργία ειδικός μηχανισμός που διαχωρίζει ακαριαία τα δύο τμήματα. Ακολούθως, το πάνω τμήμα συνεχίζει να κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα μέτρου $\frac{3}{2}v$.

Η ταχύτητα του κάτω τμήματος είναι:

(α) $\frac{v}{3}$, **(β)** $\frac{v}{2}$, **(γ)** $\frac{2v}{3}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Το μέτρο της κεντρομόλου δύναμης δίνεται από τη σχέση:

$$F = \frac{mv^2}{R} \text{ (1 μονάδα)}$$

Στις πιθανές απαντήσεις εμφανίζεται η γωνιακή ταχύτητα ω, το μέτρο της οποίας συνδέεται με το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας μέσω της σχέσης $v = \omega R$ (2 μονάδες). Αντικαθιστώντας στην πρώτη σχέση: $F = \frac{m(\omega R)^2}{R} = m\omega^2 R$ (2 μονάδες)

Για τις δύο διαφορετικές περιπτώσεις που περιγράφονται στην εκφώνηση:

$$F_1 = m{\omega_1}^2 R_1$$
$$F_2 = m{\omega_2}^2 R_2$$

Διαιρώντας κατά μέλη προκύπτει:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{m\omega_1^2 \cdot R_1}{m\omega_2^2 \cdot R_2} = \frac{\omega_1^2 \cdot R_1}{\omega_2^2 \cdot R_2} \text{ (3 μονάδες)}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Θεωρώντας το σύστημα κατά προσέγγιση μονωμένο τη στιγμή της αποκόλλησης (θεωρώντας δηλαδή πως η επίδραση της μοναδικής εξωτερικής δύναμης, του βάρους, είναι αμελητέα στη διάρκεια της αποκόλλησης, λόγω και της αμελητέας διάρκειας της τελευταίας), μπορούμε να εφαρμόσουμε την αρχή διατήρησης της ορμής για το σύστημα του πυραύλου (το οποίο αποτελείται από τα δύο τμήματα). (3 μονάδες)

Θεωρώντας θετική την κατεύθυνση της αρχικής ταχύτητας του πυραύλου (δηλαδή προς τα επάνω):

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\alpha}$$

$$(m+m)v = m\frac{3}{2}v + mv'$$

$$v' = \frac{v}{2} \text{ (6 μονάδες)}$$

Μονάδες 9

ΑΠΑΝΤΗΣΗ
νέο φροντιστήριο