Νέο Φροντιστήριο

Τράπεζα Θεμάτων Γ Λυκείου

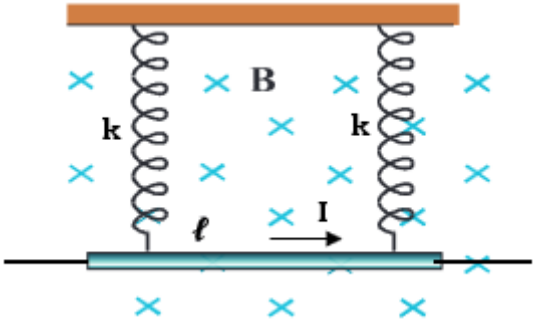
Φυσική Προσανατολισμού

Κεφάλαιο: 5 Ηλεκτρομαγνητική Επαγωγή

Θέμα 4

ΘΕΜΑ 4

Η ομογενής ευθύγραμμη μεταλλική ράβδος του παρακάτω σχήματος έχει μήκος $\ell = 3\,\mathrm{m}$ και κρέμεται κατακόρυφα από δύο όμοια ιδανικά ελατήρια σταθεράς $\mathrm{k} = 100\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$. Όλο το σύστημα βρίσκεται μέσα σε οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $\mathrm{B} = 0{,}2\,\mathrm{T}$ με κατεύθυνση προς τα μέσα. Όταν η ράβδος διαρρέεται από ρεύμα $\mathrm{I} = 5\mathrm{A}$, τα ελατήρια επιμηκύνονται κατά $\mathrm{x}_1 = 1\mathrm{cm}$ από το φυσικό τους μήκος και το σύστημα ισορροπεί. Οι συνδέσεις μεταξύ ράβδου και ελατηρίων δεν είναι αγώγιμες και η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει την τιμή $\mathrm{g} = 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.



4.1. Να υπολογιστεί η μάζα της ράβδου.

Μονάδες 6

4.2. Αν κάποια χρονική στιγμή διακόψουμε το ρεύμα I να αποδείξετε ότι η ράβδος θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $\mathrm{D} = 2\mathrm{k}$. Να θεωρήσετε ότι η ράβδος εκτελεί μόνο μεταφορική κίνηση και κατά την διάρκεια της κίνησης η μαγνητική δύναμη που δέχεται λόγω της μετακίνησης φορτίου στο εσωτερικό της είναι αμελητέα.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε το πλάτος και την κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης.

Μονάδες 7

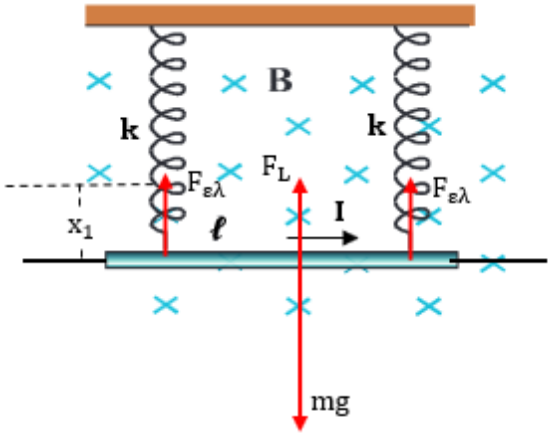
4.4. Ποια είναι η επαγωγική ΗΕΔ (τιμή και πολικότητα) που εμφανίζεται στα άκρα της ράβδου όταν διέρχεται για πρώτη φορά από την θέση ισορροπίας του συστήματος ταλάντωσης;

Μονάδες 6

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η ράβδος ισορροπεί υπό την επίδραση τεσσάρων δυνάμεων, όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα. Οι δυνάμεις αυτές είναι το βάρος της mg, η δύναμη Laplace F_L και οι ίσες δυνάμεις από τα ελατήρια $F_{\varepsilon\lambda}$. Η συνισταμένη τους είναι μηδέν.

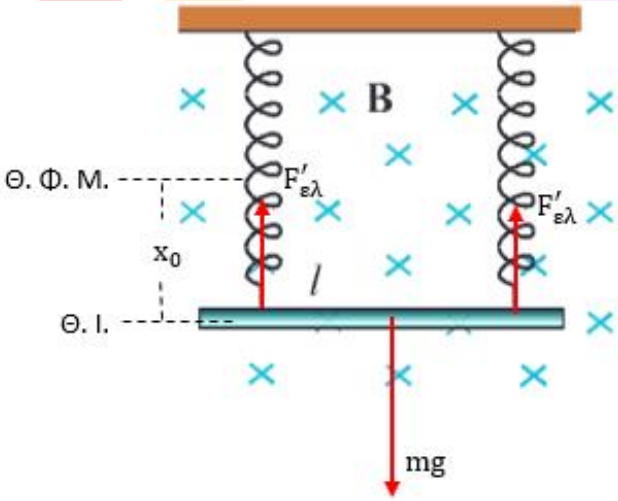


$$\Sigma\vec{F} = 0 \Leftrightarrow 2F_{\varepsilon\lambda} + F_L - mg = 0 \Leftrightarrow 2kx_1 + BI\ell = mg \Leftrightarrow m = \frac{2kx_1 + BI\ell}{g} \Leftrightarrow$$

$$m = \frac{2 \cdot 100 \cdot 10^{-2} + 0{,}2 \cdot 5 \cdot 3}{10}\,kg = 0{,}5\ kg$$

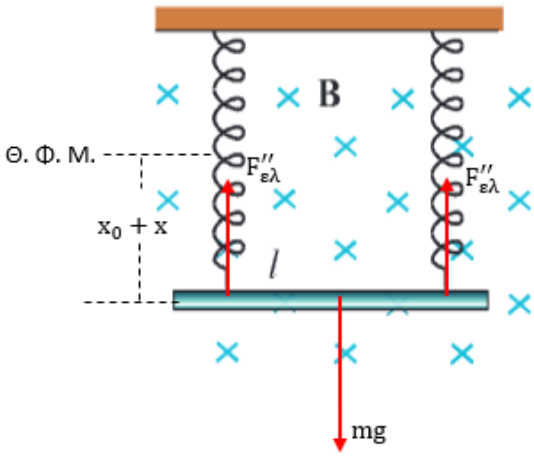
Μονάδες 6

4.2. Όταν διακοπεί το ρεύμα στην ράβδο, η ράβδος δεν δέχεται μαγνητική δύναμη Laplace. Στην νέα θέση ισορροπίας του συστήματος τα ελατήρια έχουν επιμήκυνση $x_0 > x_1$ και η συνισταμένη των δυνάμεων σε αυτή τη θέση είναι μηδέν.



$$\Sigma\vec{F} = 0 \Leftrightarrow 2F'_{\varepsilon\lambda} - mg = 0 \Leftrightarrow 2kx_0 = mg \Leftrightarrow x_0 = \frac{mg}{2k} \qquad (1)$$

Επιμηκύνουμε τα ελατήρια κατά x (προς τα κάτω) και υπολογίζουμε την συνισταμένη δύναμη στην ράβδο. Χρησιμοποιώντας την σχέση (1) έχουμε



$$\Sigma F = 2F''_{\varepsilon\lambda} - mg = 2k(x + x_0) - mg = 2kx + 2kx_0 - mg = 2kx$$

Επειδή η συνολική δύναμη έχει αντίθετη κατεύθυνση με την απομάκρυνση από την θέση ισορροπίας μπορούμε να γράψουμε $\Sigma F = -Dx$ με $D = 2k = 200\frac{N}{m}$. Συνεπώς, η ράβδος θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.

Μονάδες 6

4.3. Το πλάτος ταλάντωσης είναι ίσο με την απόσταση της Θ.Ι. και της θέσης στην οποία η ταχύτητα είναι στιγμιαία ίση με μηδέν, δηλαδή

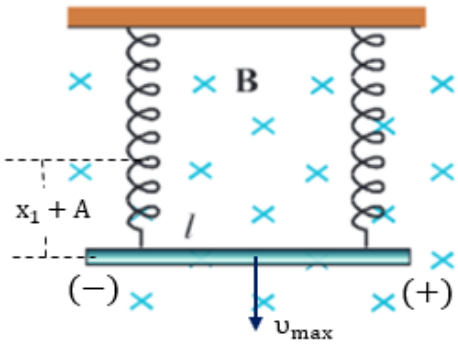
$$A = x_0 - x_1 = \frac{mg}{2k} - x_1 = \frac{0{,}5 \cdot 10}{200}m - 0{,}01m = 0{,}025 - 0{,}01m = 0{,}015\ m$$

Η κυκλική συχνότητα ταλάντωσης είναι $\omega = \sqrt{\frac{D}{m}} = \sqrt{\frac{200}{0{,}5}}\frac{rad}{s} = \sqrt{400}\frac{rad}{s} = 20\frac{rad}{s}$

Μονάδες 7

4.4. Όταν η ράβδος διέρχεται από την θέση ισορροπίας έχει ταχύτητα μέτρου

$$\upsilon_{max} = \omega \cdot A = 20 \cdot 0{,}015\frac{m}{s} = 0{,}3\frac{m}{s}$$



Η επαγωγική ΗΕΔ στα άκρα της ράβδου της όταν περνάει από την Θ.Ι. θα έχει μέτρο

$$E_{\varepsilon\pi} = B\upsilon_{max}\ell = 0{,}2 \cdot 0{,}3 \cdot 3\ V = 0{,}18\ V$$

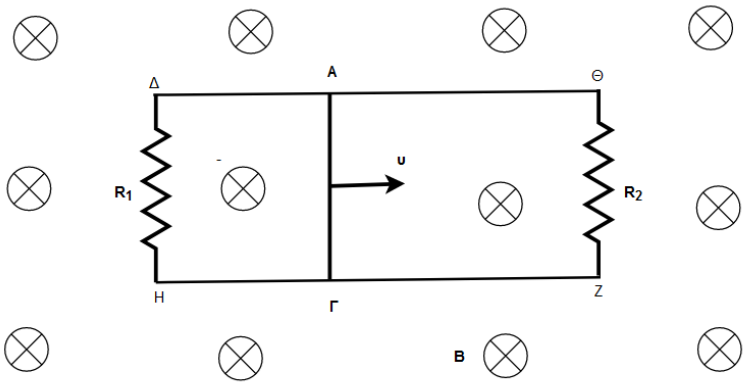
Η ράβδος περνάει για πρώτη φορά από την θέση ισορροπίας του συστήματος ταλάντωσης όταν κατέρχεται. Εφαρμόζοντας τον κανόνα του δεξιού χεριού βρίσκουμε ότι εκείνη την στιγμή η πολικότητα της επαγωγικής ΗΕΔ στην ράβδο είναι αυτή που απεικονίζεται στο παραπάνω σχήμα.

Μονάδες 6

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

ΘΕΜΑ 4

Δύο παράλληλοι οριζόντιοι αγωγοί $\Delta\Theta$ και HZ μεγάλου μήκους και μηδενικής αντίστασης απέχουν μεταξύ τους απόσταση $L = 1m$. Τα άκρα Δ , H συνδέονται με αγωγό αντίστασης $R_1 = 3\,\Omega$ και τα άκρα Θ , Z με αγωγό αντίστασης $R_2 = 6\,\Omega$, οπότε σχηματίζεται ένα ορθογώνιο πλαίσιο. Ο αγωγός $A\Gamma$, αντίστασης $R = 2\Omega$, μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβές με σταθερή ταχύτητα μέτρου $\upsilon = 10\frac{m}{s}$, η οποία είναι συνέχεια παράλληλη με τους αγωγούς $\Delta\Theta$ και HZ , μένοντας συνεχώς κάθετος σε αυτούς και σε επαφή στα σημεία A , Γ. Η όλη διάταξη βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B = 2\,T$, του οποίου οι δυναμικές γραμμές είναι κάθετες στο επίπεδο του πλαισίου με φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.



4.1. Να βρεθούν οι τιμές της έντασης του ρεύματος που διαρρέει τις αντιστάσεις R_1 , R_2 (μονάδες 4) και να υπολογιστεί το επαγωγικό ηλεκτρικό φορτίο που θα έχει περάσει από μια διατομή του αγωγού $A\Gamma$ σε χρονικό διάστημα $\Delta t_1 = 2\,s$ (μονάδες 3).

Μονάδες 7

4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο και να προσδιορίσετε τη φορά της εξωτερικής δύναμης $\vec{F}_{E\xi\omega\tau}$, που πρέπει να ασκούμε διαρκώς στο μέσον του αγωγού $A\Gamma$, κάθετα σε αυτόν και της οποίας η διεύθυνση ανήκει στο επίπεδο των αγωγών, ώστε ο αγωγός να συνεχίζει να κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου $\upsilon = 10\frac{m}{s}$.

Μονάδες 5

4.3. Να εξηγήσετε πώς δημιουργείται επαγωγικό ρεύμα στον αγωγό $A\Gamma$ (μονάδες 3). Πόση είναι η προσφερόμενη μηχανική ισχύς που χρησιμοποιείται τότε για την συγκεκριμένη κίνηση του αγωγού ΑΓ (μονάδες 3);

Μονάδες 6

νέο φροντιστήριο

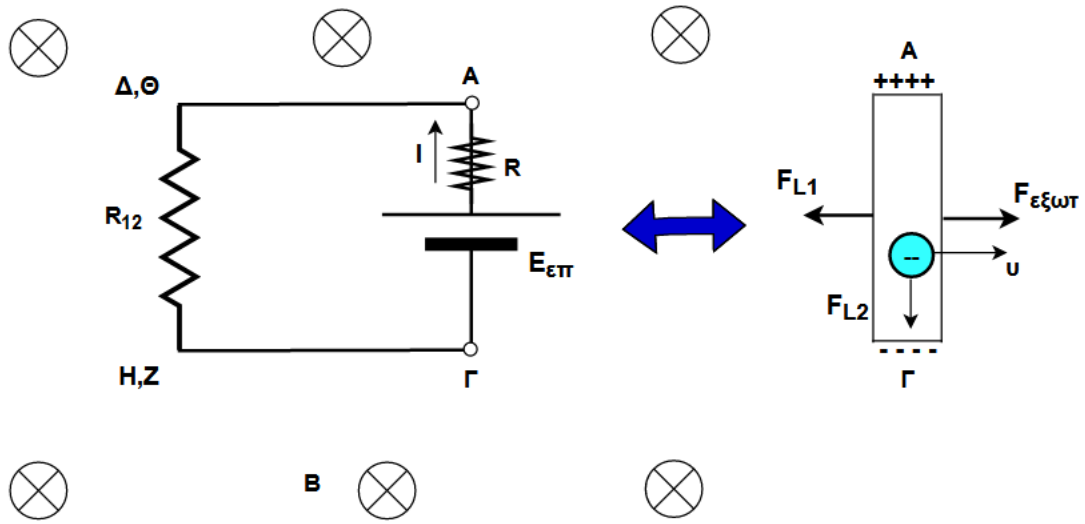
4.4. Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης $\vec{F}_{Εξωτ}$ για το χρονικό διάστημα $\Delta t_2 = 10\ s$, και να συγκριθεί με το ποσό θερμότητας που απέβαλε το κύκλωμα στο περιβάλλον σε αυτό το χρονικό διάστημα.

Μονάδες 7

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 4

4.1.



Ο αγωγός $A\Gamma$ λειτουργεί ως ηλεκτρική πηγή ηλεκτρεγερτικής δύναμης:

$$E_{\varepsilon\pi} = B\upsilon L$$

και εσωτερικής αντίστασης R.

Στη συνέχεια σχεδιάζουμε το ισοδύναμο κύκλωμα που προκύπτει. Δημιουργείται τότε ένα κλειστό κύκλωμα, στο οποίο οι R_1 και R_2 είναι συνδεδεμένες παράλληλα, αφού στα άκρα τους εφαρμόζεται η ίδια τάση.

Υπολογίζουμε την ισοδύναμη αντίσταση του εξωτερικού κυκλώματος από τη σχέση:

$$\frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{3\Omega} + \frac{1}{6\Omega} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{R_{12}} = \frac{9}{18\Omega} \quad \text{ή} \quad R_{12} = 2\,\Omega$$

Η ισοδύναμη αντίσταση του κλειστού κυκλώματος θα είναι:

$$R_{ισοδύναμη} = R_{12} + R \quad \text{ή} \quad R_{ισοδύναμη} = 4\Omega$$

αφού οι αντιστάσεις R_{12} , R συνδέονται σε σειρά.

Σύμφωνα με τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα θα έχουμε για την τιμή της έντασης του ρεύματος που το διαρρέει:

$$I = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{12}+R} \quad \text{ή} \quad I = \frac{B\upsilon L}{R_{ισοδύναμη}} \quad \text{ή} \quad I = \frac{20}{4}\,A \quad \text{ή} \quad I = 5\,A$$

Έτσι η διαφορά δυναμικού στα άκρα της ισοδύναμης αντίστασης R_{12} θα είναι:

$$V_{12} = I\,R_{12} \quad \text{ή} \quad V_{12} = 10\,V$$

Για την τιμή της έντασης του ρεύματος που διαρρέει την κάθε αντίσταση έχουμε:

$$I_1 = \frac{V_{12}}{R_1} \quad \text{ή} \quad I_1 = \frac{10}{3}\,A \quad \text{και} \quad I_2 = \frac{V_{12}}{R_2} \quad \text{ή} \quad I_2 = \frac{10}{6}\,A$$

Επίσης το ηλεκτρικό φορτίο που διέρχεται από μια διατομή του αγωγού $A\Gamma$ θα είναι:

$$I = \frac{Q}{\Delta t_1} \quad \text{ή} \quad Q = I \cdot \Delta t_1 \quad \text{ή} \quad Q = 10\ C$$

Μονάδες 7

4.2. Επειδή ο αγωγός $A\Gamma$ διαρρέεται από ρεύμα και δεν είναι παράλληλος στις δυναμικές γραμμές, δέχεται από το μαγνητικό πεδίο δύναμη Laplace $\vec{F}_{L1}$ που δίνεται από τη σχέση:

$$F_{L1} = BIL = 2 \cdot 5 \cdot 1N = 10\ N$$

Με τον κανόνα των τριών δακτύλων βρίσκουμε ότι η φορά της δύναμης είναι αντίθετη από τη φορά κίνησης του αγωγού.

Για να κινείται ο αγωγός με σταθερή ταχύτητα πρέπει να ασκείται σε αυτόν δύναμη $F_{E\xi\omega\tau}$ αντίθετη από τη δύναμη Laplace F_{L1}.

$$\sum \vec{F} = 0 \ \text{τότε} \ \vec{\upsilon} = \sigma\tau\alpha\theta. \ \text{ή} \ \vec{F}_{E\xi\omega\tau} + \vec{F}_{L1} = 0 \ \text{ή}$$

$$F_{E\xi\omega\tau} = F_{L1} = 10\ N$$

Μονάδες 5

4.3. Σχεδιάζουμε σε «μεγέθυνση» τον αγωγό $A\Gamma$.

Ένα ελεύθερο ηλεκτρόνιο επειδή κινείται με σταθερή ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ μέσα σε μαγνητικό πεδίο θα δεχθεί δύναμη Lorentz $\vec{F}_{L2}$, η φορά της οποίας φαίνεται στο σχήμα. Η δύναμη αυτή προκαλεί την κίνηση των ελευθέρων ηλεκτρονίων προς το άκρο Γ του αγωγού. Έτσι δημιουργείται συσσώρευση αρνητικού φορτίου στο άκρο Γ, και πλεόνασμα θετικού φορτίου στο άκρο A. Η συσσώρευση φορτίου στα άκρα του αγωγού $A\Gamma$, προκαλεί κίνηση φορτίου στους ακίνητους αγωγούς. Ο αγωγός $A\Gamma$ λειτουργεί ως αντλία φορτίου, ως ηλεκτρική πηγή, ηλεκτρεγερτικής δύναμης:

$$\mathrm{E}_{\varepsilon\pi} = \mathrm{B}\upsilon L$$

Η μηχανική ισχύς που προσφέρεται για την μετακίνηση του αγωγού θα είναι:

$$P = F_{E\xi\omega\tau} \cdot \upsilon \quad \text{ή} \quad P = 10 \cdot 10\frac{J}{s} = 100\ \frac{J}{s} \quad \text{ή} \quad P = 100\ W$$

Μονάδες 6

4.4 Στο χρονικό διάστημα Δt_2 ο αγωγός μετατοπίζεται κατά:

$$\Delta x = \upsilon \cdot \Delta t_2 = 100\ m$$

και το έργο της δύναμης $F_{E\xi\omega\tau}$ στο ίδιο χρονικό διάστημα θα είναι:

$$W = F_{E\xi\omega\tau} \cdot \Delta x = 1000\ J = 10^3\ J$$

Σύμφωνα με το νόμο του Joule η συνολική θερμότητα που εκλύεται στις αντιστάσεις θα είναι:

$$Q = I^2 R_{\iota\sigma o\delta\acute{\upsilon}\nu\alpha\mu\eta}\Delta t \quad \text{ή} \quad Q = 5^2 \cdot\ 4\ \cdot 10\ J \quad \text{ή} \quad Q =\ 10^3\ J$$

Βλέπουμε ότι χρειάστηκε να προσφέρουμε έργο ίσο με την θερμότητα που παράχθηκε. Το αποτέλεσμα αυτό είναι αναμενόμενο με βάση της Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας. Εφόσον

νέο φροντιστήριο

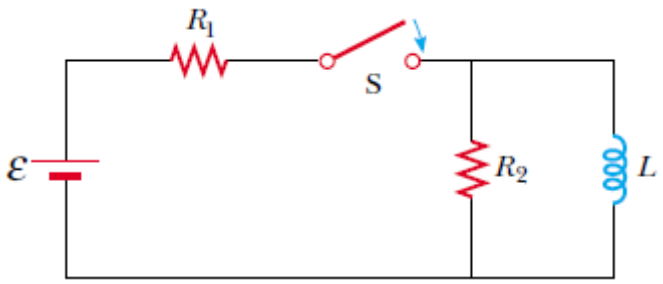
η κινητική ενέργεια του αγωγού δεν μεταβάλλεται, όλη η προσφερόμενη ενέργεια θα πρέπει να εμφανίζεται υπό μορφή θερμότητας στις αντιστάσεις του κυκλώματος.

Μονάδες 7

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 4

Στο κύκλωμα του παρακάτω σχήματος η πηγή έχει Η.Ε.Δ. $\mathcal{E} = 12\ \mathrm{V}$ και αμελητέα εσωτερική αντίσταση, ενώ οι αντιστάτες έχουν αντίσταση $\mathrm{R_1} = 5\Omega$ και $\mathrm{R_2} = 1\Omega$. Το πηνίο είναι ιδανικό και έχει συντελεστή αυτεπαγωγής L, ενώ οι αγωγοί σύνδεσης έχουν αμελητέα αντίσταση. Αρχικά ο διακόπτης S είναι ανοιχτός και το κύκλωμα δεν διαρρέεται από ρεύμα. Την χρονική στιγμή $\mathrm{t_0} = 0$ κλείνουμε το διακόπτη.



4.1. Να υπολογίσετε την ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος στο κύκλωμα αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη και μετά από αρκετό χρόνο, όταν θα έχουν αποκατασταθεί οι τελικές τιμές των ρευμάτων.

Μονάδες 6

4.2. Αφού αποκατασταθούν οι τελικές τιμές των ρευμάτων, ανοίγουμε το διακόπτη. Να καθορίσετε ποιοι κλάδοι του κυκλώματος εξακολουθούν να διαρρέονται από ρεύμα και να σχεδιάσετε τη φορά του ρεύματος.

Μονάδες 6

4.3. Κάποια χρονική στιγμή $\mathrm{t_1}$ μετά το άνοιγμα του διακόπτη, διαπιστώθηκε ότι το ρεύμα στον αντιστάτη $\mathrm{R_2}$ είναι $\mathrm{i_1} = 0{,}3\mathrm{A}$ και το ρεύμα στο πηνίο μειώνεται με ρυθμό $\frac{\mathrm{di}}{\mathrm{dt}} = -10\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{s}}$. Να υπολογιστεί ο συντελεστής αυτεπαγωγής του πηνίου και ο ρυθμός απώλειας ενέργειας του πηνίου την χρονική στιγμή $\mathrm{t_1}$.

Μονάδες 6

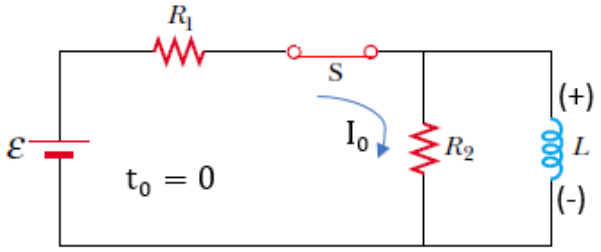
4.4. Αν το χρονικό διάστημα από τη στιγμή που ανοίγουμε το διακόπτη μέχρι να μηδενιστεί το ρεύμα στο πηνίο είναι $\Delta\mathrm{t} = 0{,}2\mathrm{s}$ να υπολογίσετε τη μέση θερμική ισχύ που θα παραχθεί στους ωμικούς αντιστάτες σε αυτό το χρονικό διάστημα.

Μονάδες 7

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 4

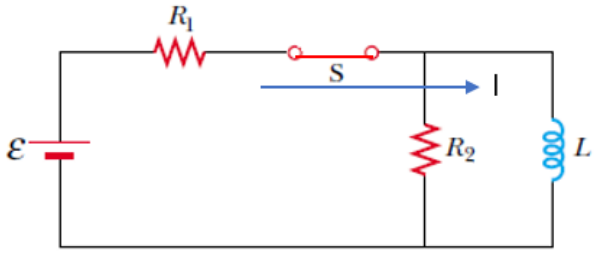
4.1. Την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ (κλείσιμο του διακόπτη), το πηνίο εμποδίζει την διέλευση του ρεύματος από το εσωτερικό του λόγω δημιουργίας στα άκρα του ΗΕΔ από αυτεπαγωγή. Το αρχικό ρεύμα I_0 στο κύκλωμα διέρχεται μόνο από τους αντιστάτες R_1 και R_2.



Η τιμή του ρεύματος αυτού είναι

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2} = \frac{12V}{6\Omega} = 2A$$

Στην συνέχεια, στο πηνίο αρχίζει σταδιακά να μειώνεται η τάση από αυτεπαγωγή και να διέρχεται ρεύμα από το εσωτερικό του. Όταν το ρεύμα στο πηνίο σταθεροποιηθεί, δεν θα διέρχεται ρεύμα από τον κλάδο του κυκλώματος που περιέχει την αντίσταση R_2 γιατί η τάση στα άκρα του πηνίου είναι μηδέν.

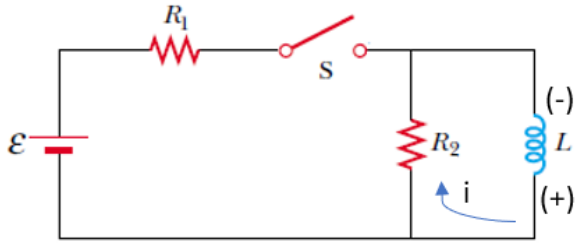


Το τελικό ρεύμα στο κύκλωμα είναι

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_1} = \frac{12V}{5\Omega} = 2{,}4A$$

Μονάδες 6

4.2. Όταν ανοίξουμε τον διακόπτη, επειδή μεταβάλλεται το ρεύμα στο πηνίο, στα άκρα του εμφανίζεται ΗΕΔ από αυτεπαγωγή. Η πολικότητά της θα είναι τέτοια ώστε να αντιστέκεται στην μείωση του ρεύματος, δημιουργώντας ρεύμα ίδιας φοράς με αυτό που διαρρεόταν το πηνίο πριν το άνοιγμα του διακόπτη. Η πολικότητα αυτή σημειώνεται στο παρακάτω σχήμα και το ρεύμα διαρρέει το κύκλωμα που αποτελείται από τον αντιστάτη R_2 και το πηνίο. Ο αντιστάτης R_1 δεν διαρρέεται από ρεύμα γιατί δεν ανήκει σε κάποιο κλειστό κύκλωμα.



Μονάδες 6

4.3. Μετά το άνοιγμα του διακόπτη, την στιγμή που το ρεύμα στον αντιστάτη R_2 είναι $i_1 = 0{,}3A$, η τάση στα άκρα του θα είναι ίση με την ΗΕΔ από αυτεπαγωγή στο πηνίο, δηλαδή

$$V_2 = E_{ΑΥΤ} = i_1 R_2 = 0{,}3A \cdot 1\Omega = 0{,}3V$$

Από τον ορισμό της ΗΕΔ από αυτεπαγωγή έχουμε:

$$E_{ΑΥΤ} = -L\frac{di}{dt} \Leftrightarrow L = -\frac{E_{ΑΥΤ}}{\frac{di}{dt}} = \frac{0{,}3}{10}H = 0{,}03H$$

Ο ρυθμός απώλειας ενέργειας από το πηνίο την χρονική στιγμή t_1 είναι

$$P = V_2 \cdot i = 0{,}3V \cdot 0{,}3A = 0{,}09\frac{J}{s}$$

Μονάδες 6

4.4. Η θερμότητα που θα παραχθεί από τους ωμικούς αγωγούς του κυκλώματος είναι ίση με την ενέργεια που ήταν αποθηκευμένη στο πηνίο, δηλαδή

$$Q_{θερμική} = U = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}0{,}03 \cdot 2{,}4^2 J = 0{,}0864J$$

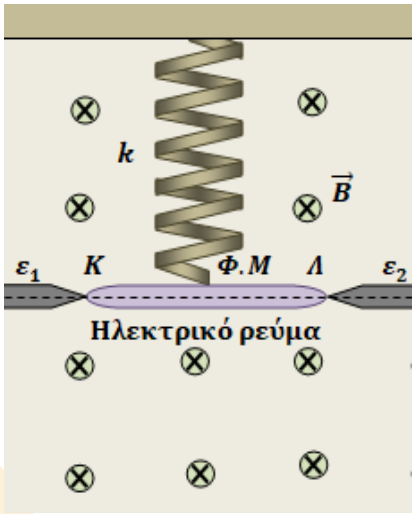
Η μέση θερμική ισχύς που θα απελευθερωθεί είναι

$$\overline{P} = \frac{Q_{θερμική}}{\Delta t} = \frac{0{,}0864}{0{,}2}W = 0{,}432W$$

Μονάδες 7

ΑΠΑΝΤΗΣΗ
νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 4



Ευθύγραμμος μεταλλικός αγωγός $K\Lambda$, μήκους $l = 20\,\text{cm}$ και μάζας $m = 200\,\text{g}$, είναι στερεωμένος στο κάτω άκρο ιδανικού κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k = 20\,\frac{\text{N}}{\text{m}}$, το πάνω άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε οροφή, έτσι ώστε ο αγωγός να είναι πάντα οριζόντιος. Αρχικά τα άκρα του αγωγού $K\Lambda$ είναι σε αγώγιμη επαφή με δύο μεταλλικές επαφές $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ οι οποίες δεν ασκούν καμία δύναμη στήριξης στον αγωγό, απλά η επαφή μαζί τους έχει ως αποτέλεσμα αυτός να διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα σταθερής έντασης και φοράς. Η όλη διάταξη βρίσκεται μέσα σε οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}$ μέτρου $B = 4\,\text{T}$, με αποτέλεσμα ο αγωγός $K\Lambda$, να ισορροπεί ακίνητος και το ελατήριο να έχει το φυσικό του μήκος. Στο σχήμα βλέπετε μια όψη αυτής της υποθετικής διάταξης, με τις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου να κατευθύνονται από τον αναγνώστη προς τη σελίδα. Να θεωρήσετε $g = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας.

4.1. Να προσδιορίσετε την ένταση και τη φορά του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό $K\Lambda$.

Μονάδες 6

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, με τη βοήθεια αυτοματισμού που υπάρχει στη διάταξη, απομακρύνονται ακαριαία οι δύο επαφές $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ με αποτέλεσμα ο αγωγός $K\Lambda$ να πάψει να διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα και να αρχίσει να ταλαντώνεται. Οι αντιστάσεις αέρα μπορούν να αγνοηθούν.

4.2. Να αποδείξετε ότι η ταλάντωση που εκτελεί ο αγωγός $K\Lambda$ είναι απλή αρμονική και να υπολογίσετε την κυκλική συχνότητά της.

Μονάδες 7

4.3. Να υπολογίσετε τη μέγιστη δυναμική ενέργεια ελατηρίου στη διάρκεια της ταλάντωσης του αγωγού $K\Lambda$.

Μονάδες 6

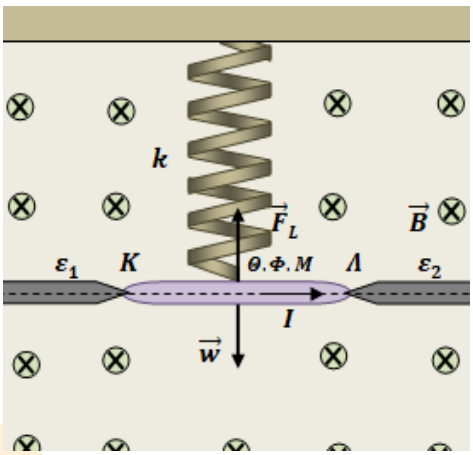
4.4. Να εκφράσετε τη διαφορά δυναμικού $V_K - V_\Lambda$ που επάγεται στα άκρα του αγωγού $K\Lambda$, ως συνάρτηση του χρόνου από τη στιγμή που άρχισε η ταλάντωσή του.

Μονάδες 6

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 4

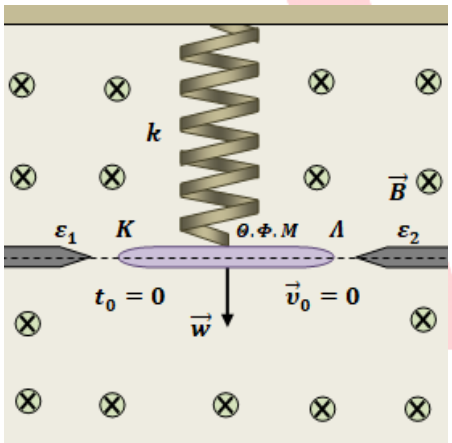
4.1. Αρχικά ο αγωγός $K\Lambda$ ισορροπεί ακίνητος με την επίδραση του βάρους του και της δύναμης Laplace που δέχεται από το μαγνητικό πεδίο, επειδή διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα, ενώ το ελατήριο δεν του ασκεί δύναμη αφού βρίσκεται στο φυσικό του μήκος. Η δύναμη Laplace ($\vec{F}_L$) πρέπει να έχει κατεύθυνση προς τα πάνω και με τη βοήθεια του κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού προκύπτει ότι η (συμβατική) φορά του ρεύματος είναι από το Κ προς το Λ. Εφαρμόζουμε συνθήκη ισορροπίας των δυνάμεων:

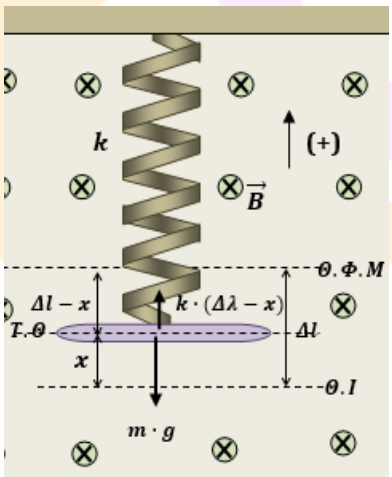


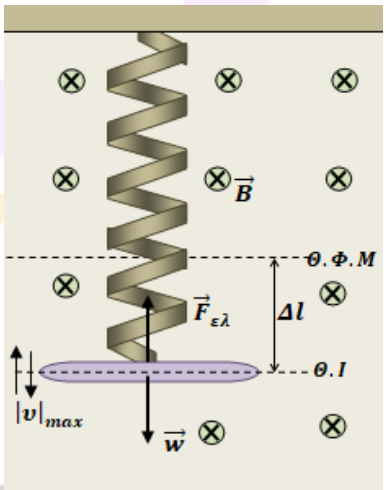
$$\sum F_y = F_L - w = 0,\ B \cdot I \cdot l = m \cdot g, \quad I = \frac{m \cdot g}{B \cdot l} = 2{,}5\ \text{A}$$

Μονάδες 6

4.2. Τη στιγμή $t_0 = 0$, απομακρύνονται ακαριαία οι επαφές και ο αγωγός δεν διαρρέεται από ρεύμα. Καταργείται η δύναμη Laplace και ο αγωγός $K\Lambda$ δεν ισορροπεί. Αρχίζει να κινείται προς τα κάτω, προς τη θέση ισορροπίας του ($\Theta.I$) με επιτάχυνση, περνάει από αυτή με μέγιστη ταχύτητα, στη συνέχεια επιβραδύνεται μέχρι να μηδενιστεί στιγμιαία η ταχύτητά του και η κίνηση επαναλαμβάνεται αντίστροφα προς τα πάνω. Το σώμα εκτελεί κατακόρυφη ταλάντωση και θα αποδείξουμε ότι είναι απλή αρμονική.







Στη θέση ισορροπίας ($\Theta.I$) εφαρμόζουμε συνθήκη ισορροπίας δυνάμεων:

$$\sum F_y = k \cdot \Delta l - m \cdot g = 0, \quad \Delta l = \frac{m \cdot g}{k} = 0{,}1\ \text{m} \qquad (1)$$

Καθώς το σώμα κατεβαίνει, το θεωρούμε σε μια τυχαία θέση ($T.\Theta$) και με θετική φορά προς τα πάνω, εκφράζουμε τη συνισταμένη των δυνάμεων, σε σχέση με την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας:

$$\sum F_{T.\Theta} = k \cdot (\Delta l - x) - m \cdot g = k \cdot \Delta l - k \cdot x - mg = -k \cdot x$$

Άρα ο αγωγός $K\Lambda$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς τη σταθερά k του ελατηρίου. Η κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης είναι:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{20}{0{,}2}}\ \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 10\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Μονάδες 7

ΑΠΑΝΤΗΣΗ
νέο φροντιστήριο

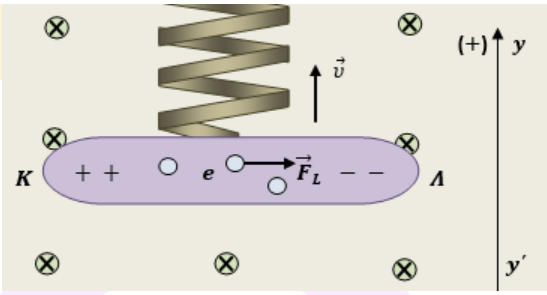
4.3 Η αρχική θέση του αγωγού τη στιγμή $t_0 = 0$ είναι η πάνω ακραία θέση της ταλάντωσης, αφού ο αγωγός ξεκινά χωρίς ταχύτητα, με αποτέλεσμα το πλάτος ταλάντωσης να είναι:

$$A = \Delta l = 0{,}1 \text{ m}$$

Το σώμα καθώς ταλαντώνεται κατεβαίνει μέχρι την κάτω ακραία θέση ταλάντωσης η οποία απέχει, επίσης, A από τη θέση ισορροπίας. Έτσι η μέγιστη επιμήκυνση ελατηρίου είναι $\Delta l_{max} = 2 \cdot A = 0{,}2$ m και η μέγιστη δυναμική ενέργεια ελατηρίου:

$$U_{max}^{\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot \Delta l_{max}^2 = 0{,}4 \text{ J}$$

Μονάδες 6



4.4 Καθώς ο αγωγός κινείται εκτελώντας απλή αρμονική ταλάντωση, τα ελεύθερα ηλεκτρόνιά του δέχονται δύναμη Lorentz από το μαγνητικό πεδίο. Έτσι στιγμιαία συμβαίνει διαχωρισμός ηλεκτρικών φορτίων στα άκρα του και δημιουργείται τάση από επαγωγή. Τα ηλεκτρόνια δέχονται ηλεκτρομαγνητική δύναμη προς το Λ όταν ο αγωγός $K\Lambda$ κινείται προς τα πάνω, με αποτέλεσμα η διαφορά δυναμικού $V_K - V_\Lambda$ που δημιουργείται εξαιτίας του φαινομένου να είναι θετική, όπως φαίνεται στο σχήμα. Θεωρούμε θετική φορά προς τα πάνω και θα υπολογίσουμε τη διαφορά δυναμικού από τη σχέση $V_K - V_\Lambda = B \cdot \upsilon \cdot l$, όπου υ είναι η αλγεβρική τιμή της στιγμιαίας ταχύτητας της ράβδου, στη διάρκεια της ταλάντωσης που εκτελεί.

Για την ταλάντωση του αγωγού ΚΛ ισχύουν οι σχέσεις:

$$y = A \cdot \eta\mu(\omega \cdot t + \varphi_0), \quad \upsilon = \omega \cdot A \cdot \sigma\upsilon\nu(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

Όπου y η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του κέντρου του αγωγού $K\Lambda$ και υ η ταχύτητά του. Επειδή τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ήταν στο πάνω άκρο της ταλάντωσης χωρίς ταχύτητα θέτουμε $t_0 = 0$ στις παραπάνω σχέσεις και προκύπτουν:

$$y_0 = A \cdot \eta\mu\varphi_0 = A, \qquad \upsilon_0 = \omega \cdot A \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi_0 = 0$$

$$\text{ή} \qquad \eta\mu\varphi_0 = 1, \sigma\upsilon\nu\varphi_0 = 0 \qquad \acute{\alpha}\rho\alpha \quad \varphi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

Έτσι για τη ζητούμενη διαφορά δυναμικού προκύπτει η συνάρτηση με το χρόνο:

$$V_K - V_\Lambda = B \cdot l \cdot \omega \cdot A \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) = 4 \cdot 0{,}2 \cdot 10 \cdot 0{,}1 \cdot \sigma\upsilon\nu\left(10 \cdot t + \frac{\pi}{2}\right), \qquad (S.I)$$

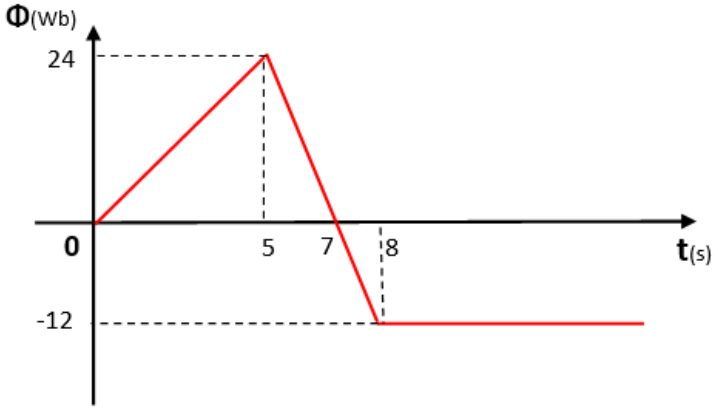
Τελικά: $$\boldsymbol{V_K - V_\Lambda = 0{,}8 \cdot \sigma\upsilon\nu\left(10 \cdot t + \frac{\pi}{2}\right), \quad (S.I)}$$

Μονάδες 6

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 4

Το διάγραμμα περιγράφει την μεταβολή της μαγνητικής ροής που διέρχεται μέσα από ένα κλειστό τετραγωνικό πλαίσιο:



Το πλαίσιο πλευράς $\alpha = 0{,}1\text{m}$ παρουσιάζει αντίσταση ανά μονάδας μήκους $R^* = 200\ \Omega/\text{m}$.

4.1. Να αποδώσετε γραφικά την μεταβολή της έντασης του επαγωγικού ρεύματος και της ηλεκτρικής ισχύος που καταναλώνεται στο πλαίσιο σε συνάρτηση με τον χρόνο.

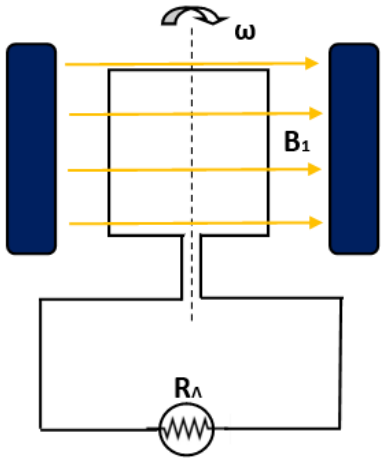
Μονάδες 8

Μετά την χρονική στιγμή $t = 8s$ καταργείται κάθε άλλο μαγνητικό πεδίο και το πλαίσιο κινούμενο με σταθερή ταχύτητα $\upsilon = 10\text{m/s}$ κάθετη σε μια πλευρά του και παράλληλη στην επιφάνειά του, αρχίζει να εισέρχεται σε μαγνητικό πεδίο έντασης $B = 2T$ που είναι κάθετο στην επιφάνεια του πλαισίου.

4.2. Να υπολογίσετε την χρονική διάρκεια εισόδου του πλαισίου στο νέο μαγνητικό πεδίο και την εξωτερική δύναμη που το κινεί.

Μονάδες 8

Αφού ολοκληρωθεί η είσοδος του πλαισίου στο μαγνητικό πεδίο, το ακινητοποιούμε. Συνδέουμε το πλαίσιο με λαμπτήρα που έχει ενδείξεις κανονικής λειτουργίας (100V, 50W). Εφαρμόζουμε νέο μαγνητικό πεδίο έντασης $B_1 = 10\sqrt{2}\ T$, όπως φαίνεται στο σχήμα:



Αμέσως μετά περιστρέφουμε το πλαίσιο με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω.

4.3. Θεωρώντας αμελητέα την αντίσταση των αγωγών σύνδεσης του λαμπτήρα στο πλαίσιο, να προσδιορίσετε την γωνιακή ταχύτητα ω, ώστε ο λαμπτήρας να λειτουργεί κανονικά.

Μονάδες 9

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η αντίσταση του τετραγωνικού πλαισίου θα είναι:

$$R = 4\alpha R^* \Leftrightarrow R = 4 \cdot 0{,}1\text{m} \cdot 200\frac{\Omega}{\text{m}} \Leftrightarrow R = 80\Omega$$

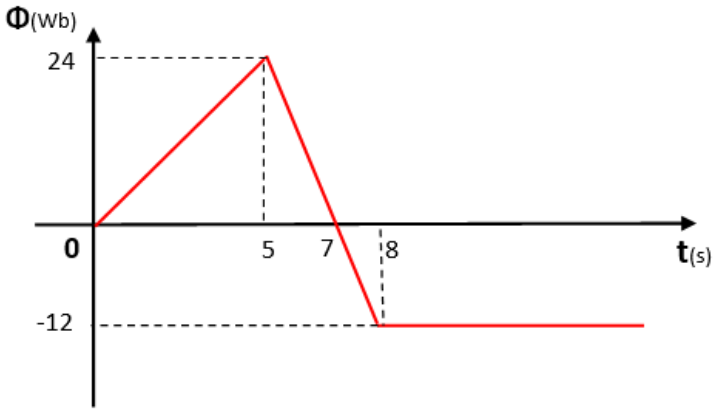
Η μεταβαλλόμενη μαγνητική ροή του διαγράμματος αντιστοιχεί σε τέσσερα χρονικά διαστήματα:

Για $\Delta t_1 = 0 - 5$ s η μαγνητική ροή αυξάνεται γραμμικά από $\Phi_1 = 0$ σε $\Phi_2 = 24\text{Wb}$

Για $\Delta t_2 = 5 - 7$ s η μαγνητική ροή μειώνεται γραμμικά από $\Phi_3 = 24\text{Wb}$ σε $\Phi_4 = 0$

Για $\Delta t_3 = 7 - 8$ s η μαγνητική ροή αυξάνεται γραμμικά (με τις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου να έχουν αλλάξει φορά) από $\Phi_5 = 0$ σε $\Phi_6 = -12\text{Wb}$

Για $t_4 \geq 8$ s η μαγνητική ροή παραμένει σταθερή $\Phi_7 = -12\text{Wb}$.

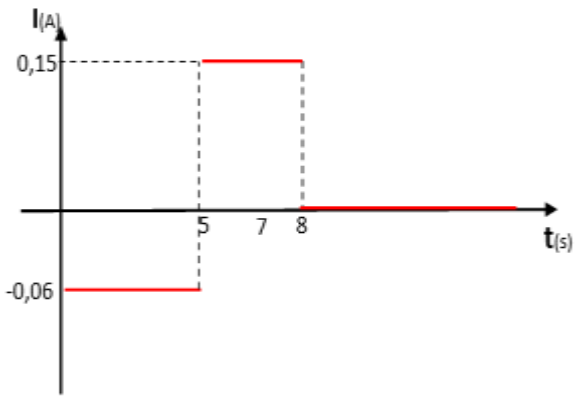


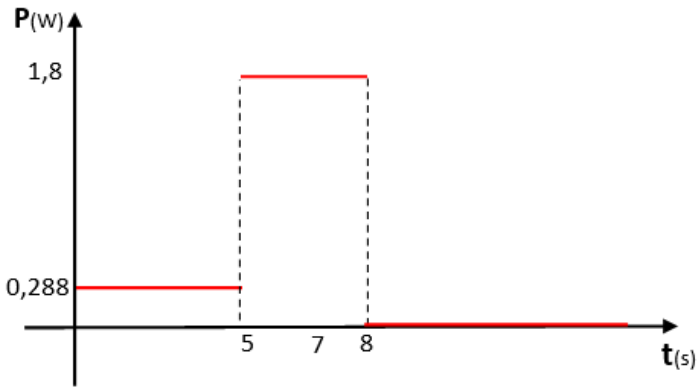
Η επαγωγική τάση που αναπτύσσεται και η ισχύς που καταναλώνεται στο πλαίσιο σε αυτά τα χρονικά διαστήματα, συνοψίζεται παρακάτω:

Για Δt_1	$\mathcal{E}_{\varepsilon\pi 1} = -\frac{\Phi_2 - \Phi_1}{\Delta t_1} = -4{,}8\text{V}$	$I_{\varepsilon\pi 1} = \frac{\mathcal{E}_{\varepsilon\pi 1}}{R} = -0{,}06\text{A}$	$P_1 = {I_{\varepsilon\pi 1}}^2 R = 0{,}288\text{W}$
Για Δt_2	$\mathcal{E}_{\varepsilon\pi 2} = -\frac{\Phi_4 - \Phi_3}{\Delta t_2} = 12\text{V}$	$I_{\varepsilon\pi 2} = \frac{\mathcal{E}_{\varepsilon\pi 2}}{R} = 0{,}15\text{A}$	$P_2 = {I_{\varepsilon\pi 2}}^2 R = 1{,}8\text{W}$
Για Δt_3	$\mathcal{E}_{\varepsilon\pi 3} = -\frac{\Phi_6 - \Phi_5}{\Delta t_3} = 12\text{V}$	$I_{\varepsilon\pi 3} = \frac{\mathcal{E}_{\varepsilon\pi 3}}{R} = 0{,}15\text{A}$	$P_3 = {I_{\varepsilon\pi 3}}^2 R = 1{,}8\text{W}$
Για $t_4 \geq 8$ s	$\mathcal{E}_{\varepsilon\pi 4} = 0$	$I_{\varepsilon\pi 4} = 0$	$P_4 = 0$

Τα ζητούμενα διαγράμματα θα είναι:

ΑΠΑΝΤΗΣΗ
νέο φροντιστήριο



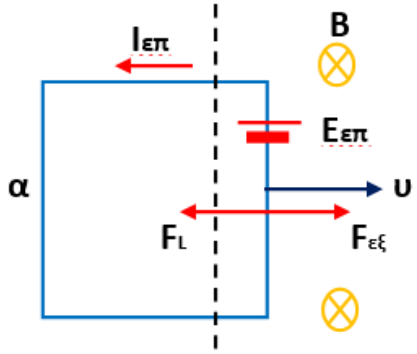


ΣΗΜΕΙΩΣΗ: Τόσο ο προηγούμενος πίνακας, όσο και τα διαγράμματα, υποδηλώνουν ότι θα μπορούσαμε να μελετήσουμε την συμπεριφορά του πλαισίου στο χρονικό διάστημα $\Delta t_2 + \Delta t_3$ κατά τρόπο ενιαίο.

Μονάδες 8

4.2. Ο χρόνος εισόδου του πλαισίου στο μαγνητικό πεδίο με σταθερή ταχύτητα είναι:

$$\upsilon = \frac{x}{t} \Leftrightarrow t = \frac{\alpha}{\upsilon} = \frac{0{,}1\text{m}}{10\text{m/s}} = 10^{-2}\text{s}$$



Καθώς εισέρχεται το πλαίσιο στο μαγνητικό πεδίο, μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που περνά από αυτό, αναπτύσσεται επαγωγική τάση και διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα. Αυτό δημιουργεί δύναμη Laplace, όπως φαίνεται στο σχήμα. (Δύναμη Lorentz δέχονται και τα ηλεκτρόνια στα τμήματα των πλευρών του πλαισίου που είναι παράλληλα στην ταχύτητα. Έχει όμως φορά προς τα τοιχώματα, οπότε η τάση από επαγωγή αναπτύσσεται εγκάρσια, συνεπώς δεν συνεισφέρει στην κυκλοφορία ρεύματος και αγνοείται).

Για κάθε ένα από τα παραπάνω μεγέθη, ισχύουν:

$$\mathcal{E}_{\varepsilon\pi} = B\upsilon\alpha = 2\text{T} \cdot 10\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0{,}1\text{m} = 2\text{V}$$

$$I_{\varepsilon\pi} = \frac{\mathcal{E}_{\varepsilon\pi}}{R} = \frac{2\text{V}}{80\Omega} = 0{,}025\text{A}$$

$$F_L = BI_{\varepsilon\pi}\alpha = 2\text{T} \cdot 0{,}025\text{A} \cdot 0{,}1\text{m} = 5 \cdot 10^{-3}\text{N}$$

Για να κινείται το πλαίσιο με σταθερή ταχύτητα θα πρέπει να ισχύει:

$$\Sigma\vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F}_L + \vec{F}_{\varepsilon\xi} = \vec{0}$$

$$F_L - F_{\varepsilon\xi} = 0 \Leftrightarrow F_{\varepsilon\xi} = 5 \cdot 10^{-3}\text{N}$$

Η φορά της $F_{\varepsilon\xi}$ φαίνεται στο σχήμα.

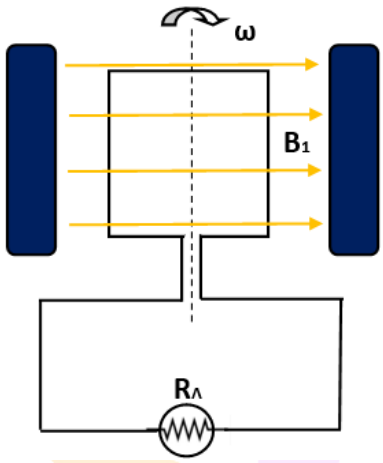
Μονάδες 8

4.3. Ο λαμπτήρας με ενδείξεις κανονικής λειτουργίας (100V, 50W), έχει ωμική αντίσταση:

$$R_\Lambda = \frac{V_\kappa^2}{P_\kappa} = \frac{100^2 V^2}{50W} = 200\Omega$$

και για να λειτουργεί κανονικά, θα πρέπει να διαρρέεται από:

$$I_\kappa = \frac{V_\kappa}{R} = \frac{100V}{200\Omega} = 0{,}5A$$



Με την περιστροφή του πλαισίου εντός του μαγνητικού πεδίου έντασης B_1, αναπτύσσεται εναλλασσόμενη τάση στο κύκλωμα το οποίο διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα ενεργού τιμής $I_{\varepsilon\nu}$. Για να λειτουργεί κανονικά ο λαμπτήρας, το ρεύμα κανονικής λειτουργίας πρέπει να ισούται με την ενεργό ένταση του εναλλασσόμενου ρεύματος. Άρα θα πρέπει να είναι:

$$I_{\varepsilon\nu} = I_\kappa \Leftrightarrow \frac{V_{\varepsilon\nu}}{R_{o\lambda}} = I_\kappa \Leftrightarrow \frac{V/\sqrt{2}}{R_\Lambda + R} = I_\kappa \Leftrightarrow I_\kappa = \frac{V}{\sqrt{2}\cdot(R_\Lambda + R)} \Leftrightarrow V = \sqrt{2}\cdot(R_\Lambda + R)\cdot I_\kappa$$

$$V = \sqrt{2}\cdot(200\Omega + 80\Omega)\cdot 0{,}5A = 140\cdot\sqrt{2}V$$

όπου V το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης.

Για το πλάτος εναλλασσόμενης τάσης σε πλαίσιο που στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω, ισχύει:

$$V = N\cdot\omega\cdot B_1\cdot A \Leftrightarrow 140\cdot\sqrt{2}\,V = 1\cdot\omega\cdot 10\cdot\sqrt{2}\,T\cdot 0{,}1^2 m^2 \Leftrightarrow \omega = \frac{140\cdot\sqrt{2}\,V}{10\cdot\sqrt{2}\,T\cdot 0{,}1^2 m^2} \Leftrightarrow$$

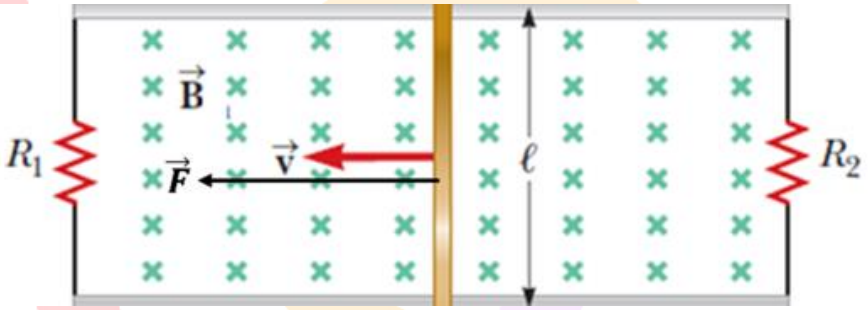
$$\omega = 1400\ rad/s$$

Μονάδες 9

νέο φροντιστηριο

ΘΕΜΑ 4

Μια αγώγιμη ράβδος μήκους $\ell = 40\ \mathrm{cm}$ μπορεί να ολισθαίνει ελεύθερα σε δύο παράλληλες αγώγιμες ράβδους. Οι παράλληλες ράβδοι και η ράβδος μήκους ℓ έχουν αμελητέα αντίσταση. Δύο αντιστάτες με αντίσταση $\mathrm{R}_1 = 2\ \Omega$ και $\mathrm{R}_2 = 4\ \Omega$ συνδέονται στα άκρα των παράλληλων ράβδων όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Το σύστημα βρίσκεται στο εσωτερικό ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης $\mathrm{B} = 2{,}5\ \mathrm{T}$, του οποίου οι δυναμικές γραμμές κατευθύνεται κάθετα προς τη σελίδα. Μία οριζόντια εξωτερική δύναμη F ασκείται κάθετα στην ράβδο και στο μαγνητικό πεδίο προς τα αριστερά με αποτέλεσμα η ράβδος να κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου $\mathrm{v} = 8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.



Να απαντήσετε στα επόμενα ερωτήματα, τα οποία αναφέρονται στο χρονικό διάστημα της κίνησης της ράβδου με σταθερή ταχύτητα πριν φτάσει στην αντίσταση R_1.

4.1. Να υπολογίσετε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει κάθε αντιστάτη.

Μονάδες 6

4.2. Να βρείτε την ενέργεια που καταναλώνει καθεμιά από τις αντιστάσεις R_1 και R_2 όταν η ράβδος μετατοπιστεί κατά $\mathrm{d} = 2\mathrm{m}$.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε την εξωτερική δύναμη F που δέχεται η ράβδος.

Μονάδες 6

4.4. Ποιο ποσοστό του προσφερόμενου ρυθμού ενέργειας από την δύναμη F στην ράβδο, καταναλώνεται στον αντιστάτη R_2;

Μονάδες 7

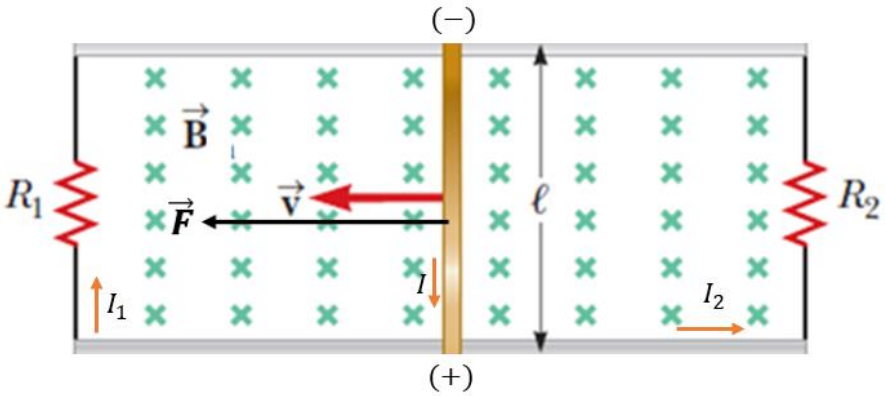
νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η ράβδος κινείται με σταθερή ταχύτητα κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου με συνέπεια να εμφανίζεται στα άκρα της τάση από επαγωγή με μέτρο

$$E_{\varepsilon\pi} = Bv\ell = 2{,}5 \cdot 8 \cdot 0{,}4\,V = 8V$$

Η πολικότητά της απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα, καθώς και οι εντάσεις των ρευμάτων που διαρρέουν το κύκλωμα.



Εφαρμόζοντας τον νόμο του Ohm, βρίσκουμε ότι το ρεύμα που διαρρέει τον αντιστάτη R_1 είναι

$$I_1 = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_1} = \frac{8}{2}A = 4A$$

Ομοίως, το ρεύμα που διαρρέει τον αντιστάτη R_2 είναι

$$I_2 = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_2} = \frac{8}{4}A = 2A$$

Μονάδες 6

4.2. Επειδή η ράβδος κινείται με σταθερή ταχύτητα, για να διανύσει απόσταση $d = 2m$ θα χρειαστεί χρονικό διάστημα

$$\Delta t = \frac{d}{v} = \frac{2m}{8\frac{m}{s}} = \frac{1}{4}s$$

Σύμφωνα με τον νόμο του Joule, σε αυτό το χρονικό διάστημα στον αντιστάτη R_1 θα παραχθεί θερμότητα

$$Q_1 = I_1^2 R_1 \Delta t = 4^2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{4}J = \frac{32}{4}J = 8\,J$$

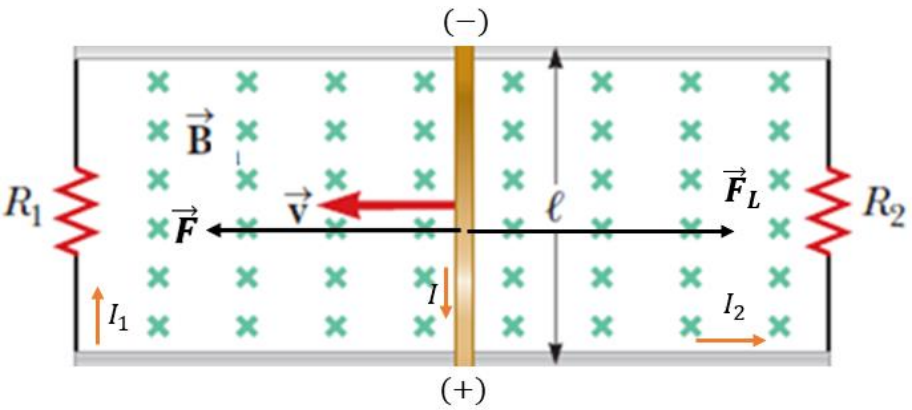
Ομοίως, στον αντιστάτη R_2, στο ίδιο χρονικό διάστημα θα παραχθεί θερμότητα

$$Q_2 = I_2^2 R_2 \Delta t = 2^2 \cdot 4 \cdot \frac{1}{4}J = \frac{16}{4}J = 4\,J$$

Μονάδες 6

4.3. Η ράβδος εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση λόγω της επίδρασης της εξωτερικής δύναμης F και της δύναμης Laplace, οι οποίες είναι αντίθετες (επόμενο σχήμα). Το ρεύμα που διαρρέει την ράβδο έχει μέτρο

$$I = I_1 + I_2 = 4A + 2A = 6A$$



Εφαρμόζοντας τον 1ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

$$\Sigma\vec{F} = 0 \Longrightarrow F - F_L = 0 \Longrightarrow F = F_L = BI\ell = 2{,}5T \cdot 6A \cdot 0{,}4m = 6N$$

Μονάδες 6

4.4. Ο ρυθμός με τον οποίο προσφέρει ενέργεια η εξωτερική δύναμη F στην ράβδο είναι

$$P_F = Fv = 6N \cdot 8\frac{m}{s} = 48W$$

Ο ρυθμός παραγωγής θερμότητας στον αντιστάτη R_2 είναι

$$P_2 = I_2^2 R_2 = 2^2 \cdot 4W = 16W$$

Το ποσοστό του προσφερόμενου ρυθμού ενέργειας από τη δύναμη F στη ράβδο, το οποίο καταναλώνεται στον αντιστάτη R_2, είναι ίσο με το πηλίκο

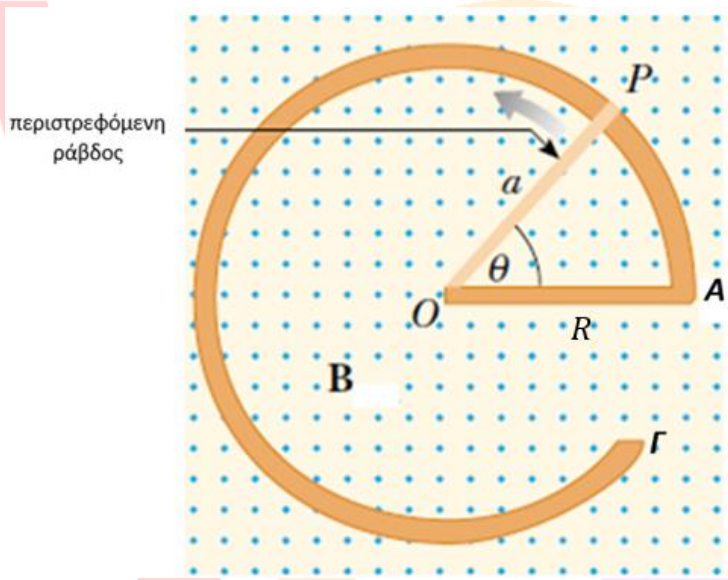
$$\frac{P_2}{P_F}100\% = \frac{16W}{48W}100\% = \frac{1}{3}100\% = \frac{100}{3}\ \%$$

Μονάδες 7

ΑΠΑΝΤΗΣΗ
νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 4

Το παρακάτω σχήμα δείχνει έναν ακίνητο αγωγό του οποίου το σχήμα είναι παρόμοιο με το αγγλικό γράμμα e. Η ακτίνα του κυκλικού τμήματος με κέντρο το Ο είναι $R = 50\,\text{cm}$. Τοποθετείται σε ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B = 0{,}5\,\text{T}$ κάθετο στο επίπεδο του αγωγού και με κατεύθυνση προς τον αναγνώστη. Μια ευθύγραμμη αγώγιμη ράβδος, μήκους $\alpha = 0{,}5\,\text{m}$ μπορεί να περιστρέφεται γύρω από το άκρο της Ο. Την χρονική στιγμή $t = 0$ το άκρο Ρ της ράβδου βρίσκεται στο σημείο Α και η ράβδος κινείται αριστερόστροφα με σταθερή γωνιακή ταχύτητα $\omega = 2\frac{\text{rad}}{\text{s}}$. Σε όλη την διάρκεια της κίνησης η ράβδος είναι σε επαφή με τον ακίνητο αγωγό. Το μήκος του μη κυρτού τόξου ΑΓ είναι $s_{A\Gamma} = 2{,}8\text{m}$.



4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του άκρου Ρ και την επαγωγική τάση στα άκρα της ράβδου ΟΡ.

Μονάδες 6

4.2. Εάν όλο το αγώγιμο υλικό (ράβδος και ακίνητος αγωγός) έχει αντίσταση ανά μονάδα μήκους $R^* = 5\frac{\Omega}{\text{m}}$ ποιο είναι το επαγωγικό ρεύμα στον βρόχο ΡΟΑΡ τη χρονική στιγμή $t_1 = 0{,}25\ s$;

Μονάδες 6

4.3. Να απεικονίσετε γραφικά την επίκεντρη γωνία που διαγράφει η ράβδος ΟΡ ως συνάρτηση του χρόνου μέχρι το άκρο της Ρ να φτάσει στο σημείο Γ.

Μονάδες 6

4.4. Να εκφράσετε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον βρόχο ΡΟΑΡ ως συνάρτηση του χρόνου μέχρι το άκρο Ρ να φτάσει στο σημείο Γ και να υπολογίσετε την ελάχιστη τιμή του.

Μονάδες 7

νέο φροντιστήριο

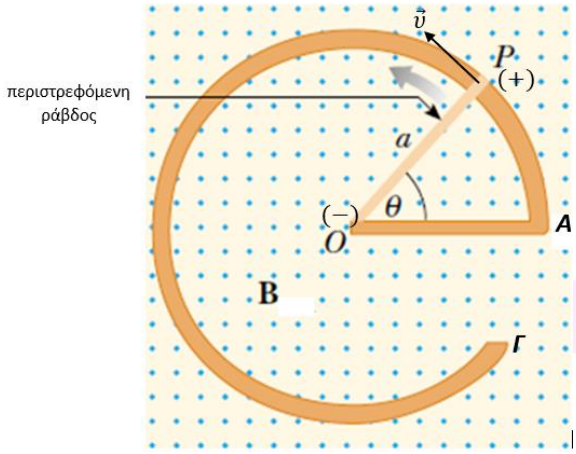
ΘΕΜΑ 4

4.1. Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του άκρου P της ράβδου δίνεται από την σχέση

$$\upsilon = \omega(OP) = \omega \cdot \alpha = 2\frac{\text{rad}}{\text{s}}\ 0{,}5\text{m} = 1\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Η επαγωγική ΗΕΔ στα άκρα της περιστρεφόμενης ράβδου έχει μέτρο

$$E_{\varepsilon\pi} = \frac{B\omega\alpha^2}{2} = \frac{0{,}5 \cdot 2 \cdot 0{,}5^2}{2}\text{V} = 0{,}125\text{V}$$

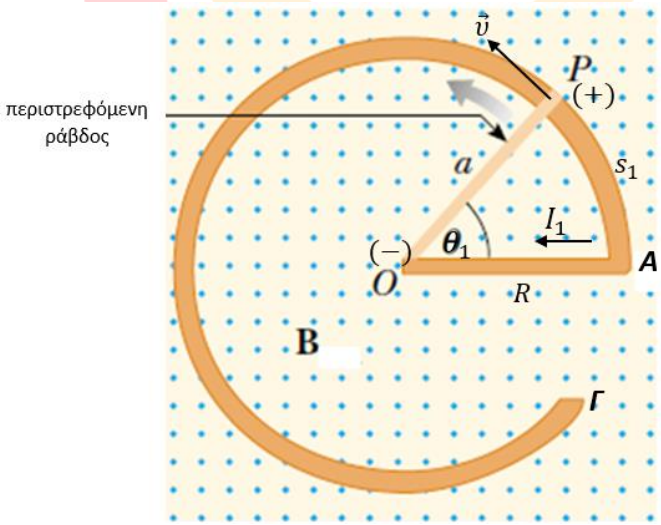


Η πολικότητα της επαγωγικής ΗΕΔ προκύπτει με τον κανόνα του δεξιού χεριού και απεικονίζεται στο παραπάνω σχήμα.

Μονάδες 6

4.2. Την χρονική στιγμή $t_1 = 0{,}25s$ ο αγωγός έχει διαγράψει γωνία $\theta_1 = \omega t_1 = 2\frac{\text{rad}}{\text{s}}0{,}25\text{s} = 0{,}5\text{rad}$. Το τόξο AP έχει μήκος $(AP) = \alpha\theta_1 = 0{,}5 \cdot 0{,}5\text{m} = 0{,}25\text{m}$. Ο αγώγιμος βρόχος POAP έχει μήκος

$$d_1 = (AP) + \alpha + R = 0{,}25\text{m} + 0{,}5\text{m} + 0{,}5\text{m} = 1{,}25\text{m}$$



Η αντίσταση του βρόχου τη χρονική στιγμή t_1 είναι $R_1 = R^* d_1 = 5\frac{\Omega}{\text{m}}1{,}25\text{m} = 6{,}25\Omega$. Το ρεύμα που διαρρέει τον βρόχο είναι

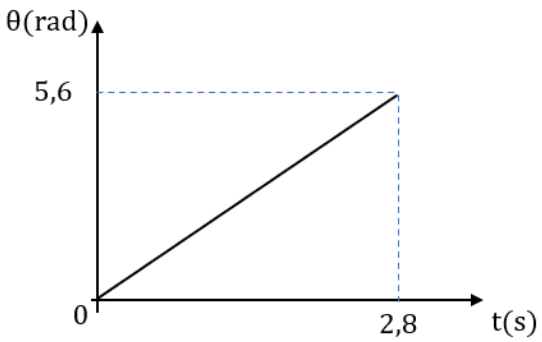
$$I_1 = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_1} = \frac{0{,}125}{6{,}25}\text{A} = 0{,}02\text{A}$$

Μονάδες 6

4.3. Η ράβδος εκτελεί ομαλή στροφική κίνηση οπότε η επίκεντρη γωνία που διαγράφει δίνεται από την σχέση

$$\theta = \omega t \Rightarrow \theta = 2t \qquad \text{(S.I.)}$$

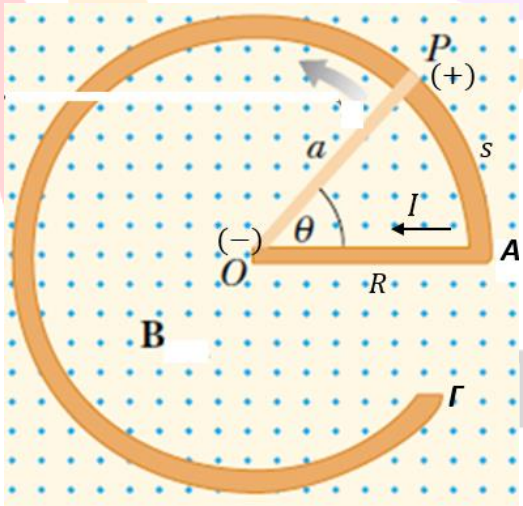
Για να φτάσει το άκρο Ρ της ράβδου στο σημείο Γ χρειάζεται χρόνο $t_{o\lambda} = \frac{s_{A\Gamma}}{\upsilon} = \frac{2,8}{1}s = 2,8s$. Για την γραφική παράσταση της γραμμικής σχέσης χρειαζόμαστε δύο σημεία. Για $t = 0$, ισχύει $\theta = 0$. Για $t = 2,8s$ προκύπτει ότι $\theta = 2 \cdot 2,8rad = 5,6rad$. Η γραφική παράσταση $\theta = f(t)$ είναι η επόμενη.



Μονάδες 6

4.4. Έστω ότι η ράβδος τη χρονική στιγμή t έχει περιστραφεί κατά επίκεντρη γωνία θ. Το τόξο ΑΡ έχει μήκος $(AP) = \upsilon t = t$. Ο αγώγιμος βρόχος ΡΟΑΡ έχει μήκος $d = (AP) + \alpha + R = (t+1)m$. Η αντίσταση του βρόχου τη χρονική στιγμή t είναι $R = R^{*}d = 5(t+1)$ στο (S.I.). Σύμφωνα με τον νόμο του Ohm, η ένταση του ρεύματος στον βρόχο θα είναι

$$I = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R} = \frac{0,125}{5(t+1)} = \frac{0,025}{t+1} \text{ S.I.}, \quad 0 \le t \le 2,8s$$



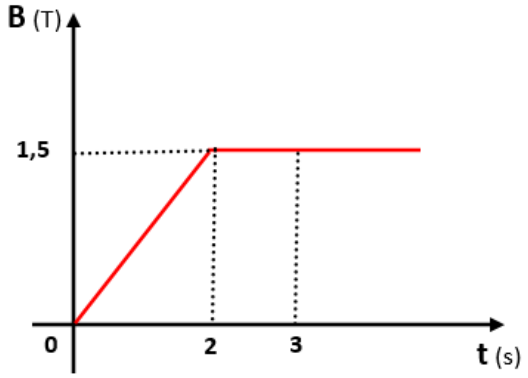
Η ελάχιστη τιμή της έντασης του ρεύματος θα διαρρέει τον βρόχο όταν το άκρο Ρ φτάσει στο σημείο Γ. Η τιμή είναι

$$I_{min} = \frac{0,025}{2,8+1}A = \frac{0,025}{3,8}A = \frac{25}{3800}A = \frac{1}{152}A$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Κλειστός κυκλικός αγωγός αποτελείται από $N = 500$ σπείρες κάθε μία εκ των οποίων έχει ωμική αντίσταση $R_1 = 0{,}2\ \Omega$ και εμβαδό $A = 40\text{cm}^2$. Το πλαίσιο βρίσκεται με το επίπεδό του κάθετο στις δυναμικές γραμμές Ομογενούς Μαγνητικού Πεδίου (Ο.Μ.Π.), του οποίου η ένταση μεταβάλλεται όπως στο διάγραμμα:



4.1. Να κάνετε το διάγραμμα της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πλαίσιο με τον χρόνο για το χρονικό διάστημα από 0 s έως 3 s.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε την ισχύ που αποδίδεται από το ηλεκτρικό ρεύμα τις χρονικές στιγμές $t_1 = 1{,}2$ s και $t_2 = 3$ s όπως και την συνολική θερμότητα που αποβάλλεται κατά το χρονικό διάστημα από 0 s έως 3 s.

Μονάδες 6

4.3. Μετά την χρονική στιγμή $t_2 = 3$ s, το πλαίσιο αρχίζει να περιστρέφεται με γωνιακή συχνότητα $\omega = 100\sqrt{2}\text{Hz}$. Κατά την περιστροφή αυτή, την θέτουμε ως $t' = 0$ μια κατάλληλη χρονική στιγμή έτσι ώστε η αρχική φάση της παραγόμενης εναλλασσόμενης τάσης να είναι μηδέν. Να γράψετε την χρονική εξίσωση της τάσης στα ανοικτά άκρα του πλαισίου.

Μονάδες 6

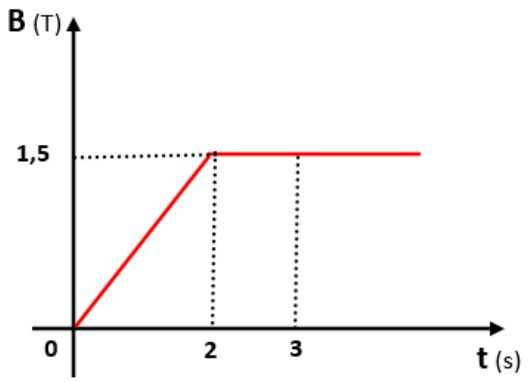
4.4. Συνδέουμε στα ανοικτά άκρα του πλαισίου αντιστάτη με αντίσταση $R_2 = 50\Omega$. Να βρείτε την ενεργό ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα.

Μονάδες 7

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 4

4.1. Για το χρονικό διάστημα $\Delta t = 0 - 2s$ η ένταση του μαγνητικού πεδίου μεταβάλλεται με σταθερό ρυθμό:



$$\frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{1{,}5T - 0}{2s - 0} = \frac{3}{4}\ T/s$$

Η επαγωγική τάση που αναπτύσσεται στο πλαίσιο είναι:

- Για το χρονικό διάστημα 0 έως 2s

$$\mathcal{E}_{\varepsilon\pi_1} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t}N = \frac{|\Phi_{\tau\varepsilon\lambda} - \Phi_{\alpha\rho\chi}|}{\Delta t}N = \frac{|\Delta B \cdot A|}{\Delta t}N = \frac{|\Delta B| \cdot A}{\Delta t}N = \frac{3}{4}\frac{T}{s} \cdot 4 \cdot 10^{-3}m^2 \cdot 500 \Leftrightarrow \mathcal{E}_{\varepsilon\pi_1} = 1{,}5V$$

Η ολική αντίσταση του πλαισίου είναι:

$$R_{o\lambda} = N \cdot R = 500 \cdot 0{,}2\ \Omega = 100\ \Omega$$

Το ρεύμα που διαρρέει το πλαίσιο είναι:

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}_{\varepsilon\pi_1}}{R_{o\lambda}} = \frac{1{,}5V}{100\ \Omega} = 0{,}015\ A$$

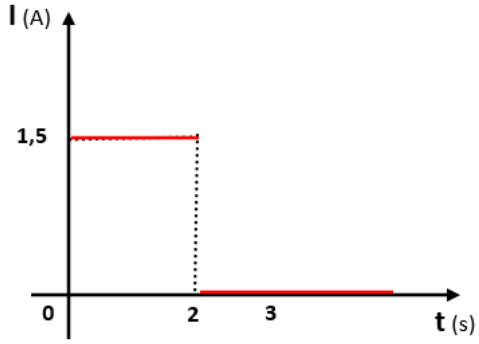
- Για το χρονικό διάστημα 2 έως 3s

$$\mathcal{E}_{\varepsilon\pi_2} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t}N = \frac{|\Phi_{\tau\varepsilon\lambda} - \Phi_{\alpha\rho\chi}|}{\Delta t}N = 0$$

και

$$I_2 = \frac{\mathcal{E}_{\varepsilon\pi_2}}{R_{o\lambda}} = 0\ A$$

Το ζητούμενο διάγραμμα:



Μονάδες 6

ΑΠΑΝΤΗΣΗ
νέο φροντιστήριο

4.2. Η αποδιδόμενη ισχύς την χρονική στιγμή $t_1 = 1{,}2\ s$:

$$P_1 = I_1^2 \cdot R_{o\lambda} = 0{,}015^2 A^2 \cdot 100\Omega = 0{,}0225\ W$$

και την χρονική στιγμή $t_1 = 3\ s$ επειδή το ρεύμα είναι μηδέν:

$$P_2 = 0\ W$$

Η ολική θερμότητα που αποδίδεται το χρονικό διάστημα $\Delta t = 3\ s$:

$$Q_{o\lambda} = Q_1 + Q_2 = Q_1 = I_1^2 \cdot R_{o\lambda} \cdot \Delta t = 0{,}015^2 A^2 \cdot 100\Omega \cdot 2s \Leftrightarrow Q_{o\lambda} = 0{,}045\ J$$

Μονάδες 6

4.3. Η γενική μορφή της εξίσωσης της εναλλασσόμενης τάσης που προκύπτει από την περιστροφή του πλαισίου μέσα στο ομογενές μαγνητικό πεδίο είναι:

$$\upsilon = V\eta\mu(\omega t + \varphi_0) \qquad (1)$$

όπου το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης:

$$V = N \cdot \omega \cdot B \cdot A = 500 \cdot 100\sqrt{2}Hz \cdot 1{,}5T \cdot 40 \cdot 10^{-4} m^2 \Leftrightarrow V = 300 \cdot \sqrt{2}\ V$$

Αφού γνωρίζουμε ότι $\varphi_0 = 0$, η (1) γίνεται:

$$\upsilon = 300 \cdot \sqrt{2} \cdot \eta\mu\left(100 \cdot \sqrt{2} \cdot t\right) = 300 \cdot \sqrt{2} \cdot \eta\mu\left(100 \cdot \sqrt{2} \cdot t\right) \qquad (S.I.)$$

Μονάδες 6

4.4. Όταν συνδέουμε την R_2 στο κύκλωμα η συνολική αντίσταση γίνεται

$$R_\Sigma = R_{o\lambda} + R_2 = 100\Omega + 50\Omega = 150\ \Omega$$

Το κύκλωμα κλείνει και η ενεργός τιμή του ρεύματος είναι:

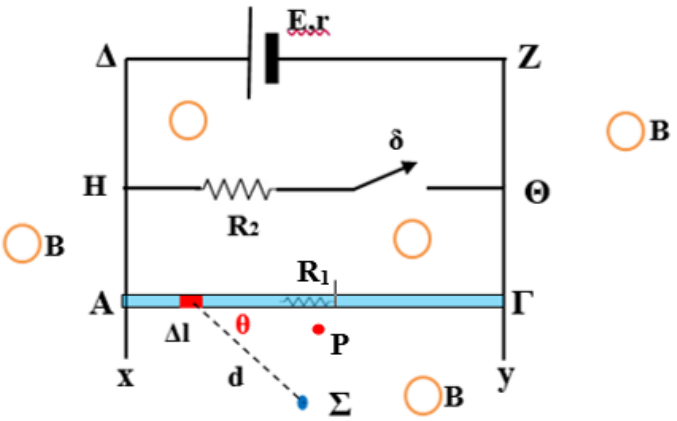
$$I_{\varepsilon\nu} = \frac{V_{\varepsilon\nu}}{R_\Sigma} = \frac{\frac{V}{\sqrt{2}}}{R_\Sigma} = \frac{V}{\sqrt{2} \cdot R_\Sigma} = \frac{300 \cdot \sqrt{2}\ V}{\sqrt{2} \cdot 150\ \Omega} = 2\ A$$

Μονάδες 7

ΑΠΑΝΤΗΣΗ
νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 4

Το κύκλωμα του σχήματος βρίσκεται σε κατακόρυφο επίπεδο με τον αγωγό ΑΓ, μάζας m, να μπορεί να κινηθεί κατακόρυφα, διατηρώντας τον οριζόντιο προσανατολισμό του και παραμένοντας σε επαφή με τους αγωγούς Δx και Zy, που δεν παρουσιάζουν ωμικές αντιστάσεις.



Ο αγωγός ΑΓ έχει μήκος $L = 2m$ και αντίσταση $R_1 = 20\Omega$, ίση με αυτήν του αντιστάτη στον κλάδο ΗΘ $(R_2 = 20\Omega)$. Για την πηγή που τροφοδοτεί το κύκλωμα, είναι $\mathcal{E} = 44V$ και $r = 2\Omega$. Το κύκλωμα βρίσκεται μέσα σε μαγνητικό πεδίο, έντασης $B = 1T$, του οποίου οι δυναμικές γραμμές είναι κάθετες στο κατακόρυφο επίπεδο του κυκλώματος. Αρχικά ο διακόπτης δ είναι ανοικτός.

4.1. Να υπολογίσετε τη μάζα του αγωγού ΑΓ και την φορά των δυναμικών γραμμών του μαγνητικού πεδίου B, ώστε ο αγωγός να αιωρείται ακίνητος.

Μονάδες 7

Κλείνουμε τον διακόπτη δ.

4.2. Θα κινηθεί ο αγωγός; Αν ναι, σε ποια κατεύθυνση θα κινηθεί;

Μονάδες 6

Ένα σημείο Σ απέχει απόσταση $d = 5cm$ από ένα στοιχειώδες τμήμα του αγωγού ΑΓ μήκους $\Delta l = 1mm$. Η γωνία θ μεταξύ των Δl και d δίνεται $\theta = 30^o$:

4.3. Να υπολογίσετε το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί το τμήμα Δl στο σημείο Σ, όταν ο διακόπτης είναι ανοικτός.

Μονάδες 7

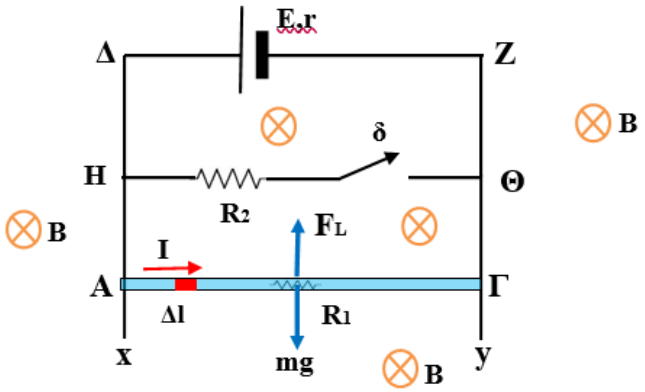
4.4. Να υπολογίσετε την ένταση του μαγνητικού πεδίου σε σημείο P το οποίο απέχει από τον αγωγό ΑΓ απόσταση $x = 0{,}02mm$ όπως φαίνεται στο σχήμα, αν θεωρήσουμε ότι ο αγωγός ΑΓ έχει πολύ μεγάλο μήκος σε σχέση με την απόσταση x.

Μονάδες 5

Δίνονται: $\mu_o = 4\pi.10^{-7}\,T\cdot m/A$ και $g = 10m/s^2$

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 4



4.1.

Όταν ο διακόπτης δ είναι ανοικτός ο κλάδος ΗΘ δεν συμμετέχει στο κύκλωμα, οπότε ισχύει:

$$I = \frac{E}{R_1 + r} = \frac{44V}{20\Omega + 2\Omega} \Leftrightarrow I = 2A$$

Ο αγωγός ΑΓ, που διαρρέεται από το ρεύμα αυτό, βρίσκεται μέσα στο μαγνητικό πεδίο και δέχεται δύναμη Laplace:

$$F_L = BIL = 1T \cdot 2A \cdot 2m \Leftrightarrow F_L = 4N$$

Για να αιωρείται ο ΑΓ, θα πρέπει να είναι:

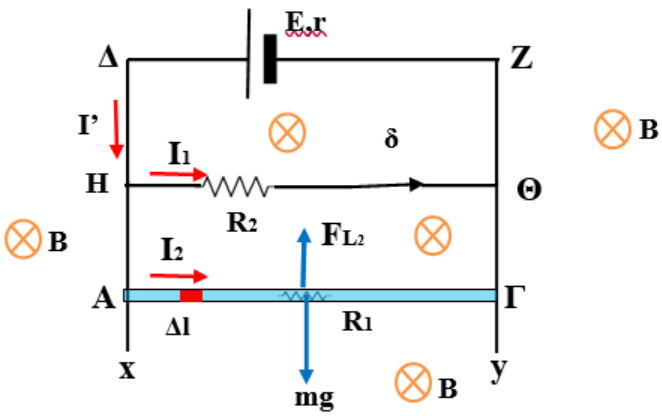
$$\Sigma\vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F}_L + m\vec{g} = \vec{0}$$

$$F_L - mg = 0 \Leftrightarrow F_L = mg \Leftrightarrow m = \frac{F_L}{g} = \frac{4N}{10\frac{m}{s^2}} \Leftrightarrow m = 0{,}4kg$$

Η φορά των δυναμικών γραμμών του πεδίου θα πρέπει να είναι από τον αναγνώστη προς την σελίδα, ώστε η δύναμη Laplace να έχει φορά προς τα πάνω, αντίθετη του βάρους.

Μονάδες 7

4.2. Κλείνοντας το διακόπτη, η R_2 συμμετέχει στο κύκλωμα, συνεπώς μεταβάλλεται η συνολική αντίσταση του κυκλώματος. Το νέο ολικό ρεύμα, έστω I', διακλαδίζεται σε I_1 που διαρρέει τον κλάδο ΗΘ και σε I_2 που διαρρέει τον κλάδο ΗΑΓΘ. Έτσι, ο ΑΓ δέχεται και πάλι μία δύναμη Laplace F_{L_2} με φορά προς τα πάνω, για την οποία ισχύει:



$$F_{L_2} = BI_2L \qquad (1)$$

Για την ένταση I_2 θα είναι:

$$I_2 = \frac{V_{A\Gamma}}{R_1} \qquad (2)$$

Από το νόμο του Ohm:

$$\mathcal{E} = I' \cdot R_{o\lambda} \qquad (3)$$

Όμως, οι αντιστάτες R_1και R_2 είναι παράλληλα συνδεδεμένοι και οι δύο μαζί σε σειρά με την εσωτερική αντίσταση της πηγής, r:

$$R_{o\lambda} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + r = \frac{20\Omega \cdot 20\Omega}{20\Omega + 20\Omega} + 2\Omega = 12\Omega \qquad (4)$$

Από την (2) λόγω της (3), προκύπτει:

$$44V = I' \cdot 12 \Leftrightarrow I' = \frac{11}{3}A \qquad (5)$$

και

$$V_{A\Gamma} = V_{\Delta Z} = V_\pi = \mathcal{E} - I' \cdot r = 44V - \frac{11}{3}A \cdot 2\Omega = \frac{110}{3}V \qquad (6)$$

Η (2) λόγω της (6):

$$I_2 = \frac{V_{A\Gamma}}{R_1} = \frac{\frac{110}{3}V}{20\Omega} = \frac{110}{60}A = \frac{110}{60}A = \frac{11}{6}A \qquad (7)$$

Οπότε από την (1) προκύπτει:

$$F_{L_2} = BI_2L \Leftrightarrow F_{L_2} = 1T \cdot \frac{11}{6}A \cdot 2m = \frac{11}{3}N$$

Επειδή:

$$W = mg = 0{,}4kg \cdot 10\frac{m}{s^2} = 4N = \frac{12}{3}N > \frac{11}{3}N = F_{L_2}$$

Άρα ο αγωγός θα κινηθεί προς τα κάτω.

Μονάδες 7

4.3. Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί το τμήμα Δl στο σημείο Σ είναι:

$$\Delta B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I \cdot \Delta l}{d^2}\eta\mu\theta = 10^{-7}T \cdot \frac{m}{A}\frac{2A \cdot 10^{-3}m}{5^2 \cdot 10^{-4}m^2}\frac{1}{2} = 4 \cdot 10^{-8}T$$

Μονάδες 6

4.4. Ο ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός ΑΓ δημιουργεί μαγνητικό πεδίο B' στο P:

$$B' = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{x} = 10^{-7}T \cdot \frac{m}{A}\frac{2 \cdot 2A}{0{,}02 \cdot 10^{-3}m} = 2 \cdot 10^{-2}T$$

με φορά ομόρροπη του προϋπάρχοντος μαγνητικού πεδίου B.

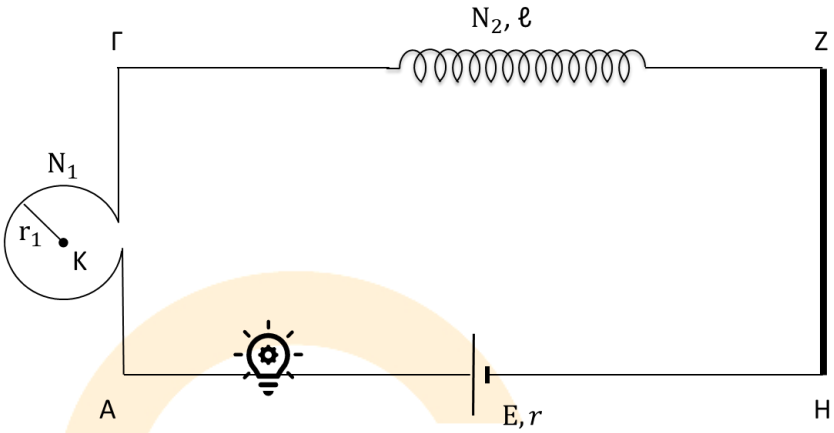
Οπότε η συνολική ένταση στο P είναι:

$$\vec{B}_P = \vec{B} + \vec{B}'$$

$$B_P = B + B' = 1T + 0{,}02T = 1{,}02T$$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4



Στο κύκλωμα του σχήματος ο λαμπτήρας έχει ενδείξεις κανονικής λειτουργίας «20W, 10V», ο κυκλικός αγωγός έχει $N_1 = 10$ σπείρες, ακτίνα $r_1 = 10cm$ και αντίσταση $R_1 = 2\Omega$, το σωληνοειδές έχει $N_2 = 1000$ σπείρες, με ακτίνα σπειρών $r_2 = 1cm$, μήκος $\ell = 20cm$ και αντίσταση $R_2 = 5\Omega$, ο ευθύγραμμος αγωγός ΖΗ έχει αντίσταση $R_3 = 2\Omega$ και η ηλεκτρική πηγή έχει ΗΕΔ $E = 30V$ και εσωτερική αντίσταση r. Η αντίσταση των υπόλοιπων καλωδίων είναι αμελητέα. Το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα έχει σταθερή ένταση και ο λαμπτήρας λειτουργεί κανονικά. Να υπολογίσετε:

4.1. Την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα, την αντίσταση του λαμπτήρα και την εσωτερική αντίσταση της ηλεκτρικής πηγής.

Μονάδες 6

4.2. Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου του κυκλικού αγωγού στο κέντρο του Κ, το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου του σωληνοειδούς στο κέντρο του και το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου του ευθύγραμμου αγωγού σε σημείο που απέχει από το μέσο του Μ απόσταση $r_3 = 1cm$. Να θεωρήσετε ότι το μήκος του ευθύγραμμου αγωγού είναι πολύ μεγαλύτερο από r_3 και ότι κάθε ένα από τα πεδία των αγωγών δεν επηρεάζεται από τα υπόλοιπα.

Μονάδες 6

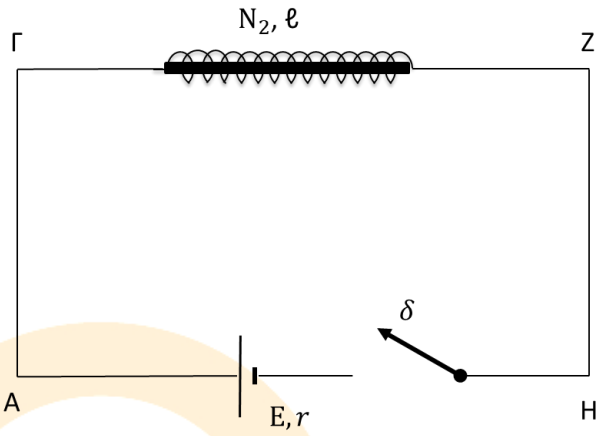
4.3. Το συντελεστή αυτεπαγωγής του σωληνοειδούς και την ενέργεια που είναι αποθηκευμένη στο μαγνητικό του πεδίο. Δίνεται ότι $\pi^2 = 10$.

Μονάδες 6

Δημιουργούμε ένα άλλο κύκλωμα που αποτελείται από την ηλεκτρική πηγή E, r και το σωληνοειδές στο εσωτερικό του οποίου έχουμε βάλει πυρήνα μαλακού σιδήρου με μαγνητική διαπερατότητα $\mu = 1000$. Μεταξύ τους έχουμε παρεμβάλλει ένα ανοικτό διακόπτη δ. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ κλείνουμε το διακόπτη δ.

νέο φροντιστήριο

4.4. Να υπολογίσετε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα όταν σταθεροποιηθεί η τιμή του και το ρυθμό μεταβολής της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα τη χρονική στιγμή που η ένταση του ρεύματος έχει τιμή $i = 2A$.



Μονάδες 7

Για τις τιμές των φυσικών σταθερών να συμβουλευτείτε το τυπολόγιο που σας δίνεται.

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 4

4.1. Όταν ο λαμπτήρας λειτουργεί κανονικά, η τάση στα άκρα του είναι $V_\Lambda = 10V$, διαρρέεται από ρεύμα I_Λ και καταναλώνει ισχύ $P_\Lambda = 20W$.

$$P_\Lambda = V_\Lambda \cdot I_\Lambda \Rightarrow I_\Lambda = \frac{P_\Lambda}{V_\Lambda} \Rightarrow I_\Lambda = 2A$$

Η αντίσταση R_Λ του λαμπτήρα είναι ίση με

$$R_\Lambda = \frac{V_\Lambda}{I_\Lambda} \Rightarrow R_\Lambda = 5\Omega$$

Το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα έχει σταθερή ένταση I και ο λαμπτήρας λειτουργεί κανονικά επομένως, $I = I_\Lambda = 2A$.

Το εξωτερικό κύκλωμα αποτελείται από τέσσερις αντιστάτες συνδεδεμένους σε σειρά επομένως έχει αντίσταση, $R_{\varepsilon\xi} = R_1 + R_2 + R_3 + R_\Lambda \Rightarrow R_{\varepsilon\xi} = 14\Omega$

Όμως,

$$I = \frac{E}{R_{\varepsilon\xi} + r} \Rightarrow r = \frac{E}{I} - R_{\varepsilon\xi} \Rightarrow r = 1\Omega$$

Μονάδες 6

4.2. Το μέτρο B_1 της έντασης του μαγνητικού πεδίου του κυκλικού αγωγού στο κέντρο του Κ δίνεται από τη σχέση

$$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\pi I}{r_1}N_1 \Rightarrow B_1 = 10^{-7} \cdot \frac{2\pi \cdot 2}{10^{-1}} \cdot 10T \Rightarrow B_1 = 4\pi \cdot 10^{-5}T$$

Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου του σωληνοειδούς στο κέντρο του δίνεται από τη σχέση

$$B_2 = \frac{\mu_0 I N_2}{\ell} \Rightarrow B_2 = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{-1}}T \Rightarrow B_2 = 4\pi \cdot 10^{-3}T$$

Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου του ευθύγραμμου αγωγού σε απόσταση $r_3 = 1cm$ από αυτόν δίνεται από τη σχέση

$$B_3 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I}{r_3} \Rightarrow B_3 = 10^{-7} \cdot \frac{2 \cdot 2}{10^{-2}}T \Rightarrow B_3 = 4 \cdot 10^{-5}T$$

Μονάδες 6

4.3. Ο συντελεστή αυτεπαγωγής L_0 του πηνίου είναι ίσος με

$$L_0 = \frac{\mu_0 N_2^2 A}{\ell}$$

Όπου $A = \pi r_2^2$ είναι το εμβαδόν κάθε σπείρας του σωληνοειδούς

Επομένως,

ΑΠΑΝΤΗΣΗ
νεο φροντιστηριο

$$L_0 = \frac{\mu_0 N_2^2 \pi r_2^2}{\ell} \Rightarrow L_0 = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^6 \cdot \pi \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10^{-1}} H \Rightarrow L_0 = 2 \cdot 10^{-3} H$$

Η ενέργεια που είναι αποθηκευμένη στο μαγνητικό του πεδίο δίνεται από τη σχέση

$$U = \frac{1}{2} L_0 I^2 \Rightarrow U = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 4\, J \Rightarrow U = 4 \cdot 10^{-3}\, J$$

Μονάδες 6

4.4. Ο συντελεστής αυτεπαγωγής του σωληνοειδούς με πυρήνα είναι: $L = \mu \cdot L_0 \Rightarrow L = 2H$

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα όταν σταθεροποιηθεί η τιμή του είναι ίση με:

$$I_2 = \frac{E}{R_2 + r} \Rightarrow I_2 = 5A$$

Όταν η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα έχει τιμή $i = 2A$ το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα αυξάνεται και στο σωληνοειδές αναπτύσσεται τάση από αυτεπαγωγή

$$E_{\alpha\upsilon\tau} = -L \frac{di}{dt}$$

Επομένως,

$$i = \frac{E + E_{\alpha\upsilon\tau}}{R_2 + r} \Rightarrow E_{\alpha\upsilon\tau} = i \cdot (R_2 + r) - E \Rightarrow E_{\alpha\upsilon\tau} = -18V$$

Το αρνητικό πρόσημο δηλώνει ότι η πολικότητα στα άκρα του πηνίου είναι αντίθετη εκείνης της πηγής.

Τελικά,

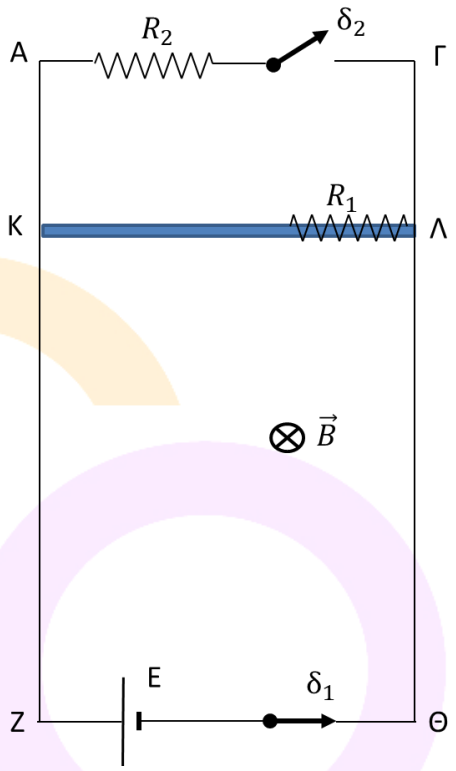
$$\frac{di}{dt} = -\frac{E_{\alpha\upsilon\tau}}{L} \Rightarrow \frac{di}{dt} = 9\frac{A}{s}$$

Το θετικό πρόσημο δηλώνει ότι εκείνη την στιγμή η ένταση του ρεύματος αυξάνεται.

Μονάδες 7

ΑΠΑΝΤΗΣΗ
νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 4



Οι αγωγοί ΑΖ και ΓΘ της διάταξης του διπλανού σχήματος είναι κατακόρυφοι, έχουν αμελητέα ωμική αντίσταση και απέχουν απόσταση $\ell = 0{,}5m$. Μεταξύ των Α και Γ συνδέεται ωμική αντίσταση $R_2 = 1{,}5\Omega$ και διακόπτης δ_2. Μεταξύ των Ζ και Θ συνδέεται ιδανική ηλεκτρική πηγή (Ε, $r = 0$) και διακόπτης δ_1. Ο αγωγός ΚΛ είναι οριζόντιος, έχει μήκος ℓ, μάζα $m = 0{,}1Kg$, ωμική αντίσταση $R_1 = 0{,}5\Omega$ και μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβές με τα άκρα του συνεχώς σε επαφή με τους αγωγούς ΑΖ και ΓΘ παραμένοντας συνεχώς οριζόντιος. Όλη η διάταξη βρίσκεται σε οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}$ που έχει μέτρο $B = 2T$. Όταν ο διακόπτης δ_2 είναι ανοιχτός και ο διακόπτης δ_1 κλειστός, ο αγωγός ΚΛ ισορροπεί. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ανοίγουμε το διακόπτη δ_1, κλείνουμε το διακόπτη δ_2 και εκτοξεύουμε τον αγωγό ΚΛ κατακόρυφα προς τα κάτω με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 4\frac{m}{s}$. Ο αγωγός ΚΛ παραμένει συνεχώς σε επαφή με τους ΑΖ και ΓΘ και τη χρονική στιγμή t_1 αποκτά οριακή ταχύτητα $\vec{\upsilon}_{o\rho}$. Με την ταχύτητα αυτή κινείται για χρονικό διάστημα $\Delta t = 2s$, οπότε φτάνει στο ΖΘ. Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας $g = 10\frac{m}{s^2}$.

4.1. Να υπολογίσετε την ΗΕΔ της ηλεκτρικής πηγής.

Μονάδες 6

4.2. Να προσδιορίσετε το είδος της κίνησης που εκτελεί ο αγωγός ΚΛ μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 και να υπολογίσετε το μέτρο της οριακής ταχύτητας που αποκτά.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της ορμής του αγωγού ΚΛ και την τάση στα άκρα του τη χρονική στιγμή κατά την οποία η ταχύτητά του έχει μέτρο $\upsilon = 3\frac{m}{s}$.

Μονάδες 6

4.4. Για το χρονικό διάστημα $\Delta t = 2s$ που ο αγωγός κινείται με την οριακή ταχύτητα που απέκτησε να υπολογίσετε τη μεταβολή της μαγνητικής ροής που διαπερνά το πλαίσιο ΚΛΓΑΚ, το

νέο φροντιστήριο

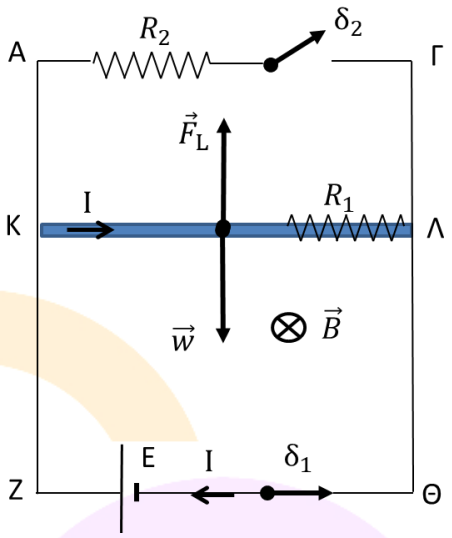
ηλεκτρικό φορτίο που μετακινήθηκε στο κύκλωμα και τη θερμότητα που εκλύθηκε στις ωμικές αντιστάσεις του κυκλώματος.

Μονάδες 7

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 4

4.1. Όταν ο διακόπτης δ_2 είναι ανοιχτός και ο διακόπτης δ_1 κλειστός μόνο ο βρόχος ΚΛΘΖΚ διαρρέεται από ρεύμα. Ο αγωγός ΚΛ ισορροπεί υπό την επίδραση του βάρους του $\vec{w}$ και της δύναμης Laplace, $\vec{F}_L$, που του ασκεί το μαγνητικό πεδίο.



$$\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow F_L = w \Rightarrow BI\ell = mg \Rightarrow I = \frac{mg}{B\ell} \Rightarrow$$

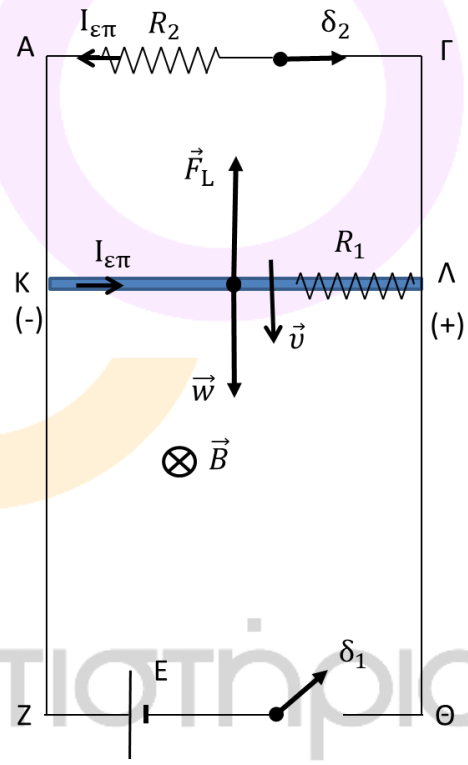
$$\Rightarrow I = 1A$$

Όμως,

$$I = \frac{E}{R_1} \Rightarrow E = IR_1 \Rightarrow E = 0{,}5V$$

Μονάδες 6

4.2. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ανοίγουμε το διακόπτη δ_1, κλείνουμε το διακόπτη δ_2 και εκτοξεύουμε τον αγωγό ΚΛ κατακόρυφα προς τα κάτω με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 4\frac{m}{s}$. Στον αγωγό αναπτύσσεται επαγωγική τάση με την πολικότητα που φαίνεται στο σχήμα. Όταν ο αγωγός έχει ταχύτητα μέτρου υ, η επαγωγική τάση στο αγωγό ΚΛ είναι ίση με



$$E_{\varepsilon\pi} = B\ell\upsilon \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = \upsilon\ (SI)$$

Μόνο ο βρόχος ΚΛΓΑΚ διαρρέεται από ρεύμα που έχει ένταση

$$I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_1 + R_2} \Rightarrow I_{\varepsilon\pi} = \frac{\upsilon}{2}\ (SI)$$

Σύμφωνα με το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής

$$\Sigma\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow w - F_L = ma \Rightarrow a = \frac{mg - BI_{\varepsilon\pi}\ell}{m} \Rightarrow a = 10\left(1 - \frac{\upsilon}{2}\right)\ (SI)$$

Για $t_0 = 0$: $a = 10\left(1 - \frac{\upsilon_0}{2}\right) \Rightarrow\ a = -10\frac{m^2}{s} < 0$

Σύμφωνα με τα παραπάνω, ο αγωγός ΚΛ εκτελεί μη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση και αποκτά οριακή ταχύτητα τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία $a = 0$. Επομένως,

ΑΠΑΝΤΗΣΗ
νέο φροντιστήριο

$$0 = 10\left(1 - \frac{\upsilon_{o\rho}}{2}\right) \Rightarrow \upsilon_{o\rho} = 2\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.3. Όταν η ταχύτητα του αγωγού ΚΛ έχει μέτρο $\upsilon = 3\frac{m}{s}$, η συνισταμένη δύναμη που του ασκείται έχει μέτρο: $\Sigma F = ma \Rightarrow \Sigma F = 0{,}1 \cdot 10 \cdot \left(1 - \frac{3}{2}\right) N \Rightarrow \Sigma F = -0{,}5N$

Σύμφωνα με τη γενικότερη διατύπωση του θεμελιώδους νόμου της μηχανικής

$$\Sigma F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = -0{,}5\ \frac{kgm/s}{s}$$

Την ίδια χρονική στιγμή το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα έχει ένταση $I_{\varepsilon\pi} = \frac{3}{2}A$

Η τάση στα άκρα του αγωγού ΚΛ είναι ίση με

$$V_{\Lambda K} = I_{\varepsilon\pi} \cdot R_2 \Rightarrow V_{\Lambda K} = 2{,}25\ V$$

Μονάδες 6

4.4. Για το χρονικό διάστημα $\Delta t = 2s$ που ο αγωγός κινείται με την οριακή ταχύτητα που απέκτησε, η επαγωγική τάση στα άκρα του έχει σταθερή τιμή, $E_{\varepsilon\pi} = B \cdot \ell \cdot \upsilon_{o\rho} \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = 2\ V$.

Σύμφωνα με το νόμο Faraday

$$E_{\varepsilon\pi} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} \Rightarrow |\Delta\Phi| = E_{\varepsilon\pi} \cdot \Delta t \Rightarrow |\Delta\Phi| = 4\ Wb$$

Κατά την κίνηση του αγωγού ΚΛ το εμβαδόν του βρόχου ΚΛΑΓΚ αυξάνεται, επομένως αυξάνεται και η μαγνητική ροή που τον διαπερνά, άρα: $\Delta\Phi = 4\ Wb > 0$

Το επαγωγικό ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα έχει σταθερή ένταση, $I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_1 + R_2} \Rightarrow I_{\varepsilon\pi} = 1\ A$

Το ηλεκτρικό φορτίο, $q_{\varepsilon\pi}$, που μετακινήθηκε στο κύκλωμα είναι ίσο με

$$q_{\varepsilon\pi} = I_{\varepsilon\pi} \cdot \Delta t \Rightarrow q_{\varepsilon\pi} = 2C$$

Η θερμότητα που εκλύθηκε στις ωμικές αντιστάσεις του κυκλώματος είναι ίση με

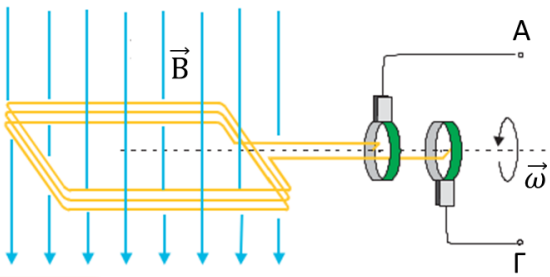
$$Q = I_{\varepsilon\pi}^2 \cdot (R_1 + R_2) \cdot \Delta t \Rightarrow Q = 4\ J$$

Μονάδες 7

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 4

Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η αρχή παραγωγής εναλλασσόμενης τάσης. Το συρμάτινο πλαίσιο έχει $N = 1000$ σπείρες, αντίσταση $R_1 = 10\Omega$ και περιστρέφεται με συχνότητα $f = 50Hz$ με τον άξονά του κάθετο στις δυναμικές γραμμές του ομογενούς μαγνητικού πεδίου $B = 2{,}2 \cdot 10^{-3}T$. Κάθε σπείρα έχει εμβαδόν $A = \frac{\sqrt{2}}{\pi}\, m^2$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το πλαίσιο είναι κάθετο στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου. Στους ακροδέκτες Α και Γ εμφανίζεται εναλλασσόμενη τάση της μορφής $v = V \cdot \eta\mu(\omega t)$ με την οποία τροφοδοτούμε αντιστάτη $R_2 = 100\Omega$.



4.1. Να υπολογίσετε τη μαγνητική ροή που διαπερνά κάθε σπείρα του πλαισίου σε κάθε μια από τις χρονικές στιγμές $t_1 = \frac{1}{300}s$, $t_2 = \frac{1}{200}s$ και $t_3 = \frac{2}{300}s$. Δίνεται ότι: $2{,}2\frac{\sqrt{2}}{\pi} = 1$

Μονάδες 6

4.2. Να γράψετε την εξίσωση της παραγόμενης εναλλασσόμενης τάσης και την εξίσωση της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα συναρτήσει του χρόνου.

Μονάδες 6

4.3. Να γράψετε την εξίσωση της στιγμιαίας ηλεκτρικής ισχύος στο κύκλωμα και να υπολογίσετε την τιμή της τις χρονικές στιγμές t_1, t_2 και t_3. Να υπολογίσετε τη μέση ισχύ, $\bar{P}$, που καταναλώνεται στο κύκλωμα και το ποσό θερμότητας που εκλύεται στην αντίσταση R_2 σε χρονικό διάστημα $\Delta t = 2min$.

Μονάδες 8

4.4. Ένα πανομοιότυπο πλαίσιο στρέφεται με τον ίδιο τρόπο αλλά με συχνότητα $f' = 44\ Hz$ σε ομογενές μαγνητικό πεδίο $\vec{B}'$ και οι ακροδέκτες του είναι συνδεδεμένοι με τον αντιστάτη R_2. Διαπιστώνουμε ότι η μέση ισχύς, $\bar{P}'$, που καταναλώνεται στο κύκλωμα είναι ίση με την $\bar{P}$. Να υπολογίσετε το μέτρο B' της έντασης του μαγνητικού πεδίου.

Μονάδες 5

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η μαγνητική ροή που διαπερνά κάθε σπείρα του πλαισίου δίνεται από τη σχέση

$$\Phi = BA\sigma\upsilon\nu(\omega t) \Rightarrow \Phi = BA\sigma\upsilon\nu(2\pi f t) \Rightarrow \Phi = 2{,}2 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot \sigma\upsilon\nu(100\pi t)\ (SI) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Phi = 10^{-3} \cdot \sigma\upsilon\nu(100\pi t)\ (SI)$$

Για $t_1 = \frac{1}{300} s$: $\Phi_1 = 10^{-3} \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{3}\right)\ Wb \Rightarrow \Phi_1 = 5 \cdot 10^{-4}\ Wb$

Για $t_2 = \frac{1}{200} s$: $\Phi_2 = 10^{-3} \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2}\right)\ Wb \Rightarrow \Phi_2 = 0$

Για $t_3 = \frac{2}{300} s$: $\Phi = 10^{-3} \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi}{3}\right)\ Wb \Rightarrow \Phi = -5 \cdot 10^{-4}\ Wb$

Μονάδες 6

4.2. Η παραγόμενη εναλλασσόμενη τάση έχει εξίσωση $v = V \cdot \eta\mu(\omega t)$, όπου ω είναι η γωνιακή της συχνότητα και V το πλάτος της.

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow \omega = 100\pi \frac{rad}{s}$$

$$V = NBA\omega \Rightarrow V = 10^3 \cdot 2{,}2 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot 100\pi\ V \Rightarrow\ V = 220\sqrt{2}\ V$$

Άρα, $v = 220\sqrt{2} \cdot \eta\mu(100\pi t)(SI)$

Η ένταση του εναλλασσόμενου ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα έχει εξίσωση $i = I \cdot \eta\mu(\omega t)$, όπου ω είναι η γωνιακή της συχνότητα και I το πλάτος της.

$$I = \frac{V}{R_1 + R_2} \Rightarrow I = \frac{220\sqrt{2}}{110} A \Rightarrow I = 2\sqrt{2}\ A$$

Άρα, $i = 2\sqrt{2} \cdot \eta\mu(100\pi t)(SI)$

Μονάδες 6

4.3. Η στιγμιαία ηλεκτρική ισχύς p στο κύκλωμα είναι ίση με το γινόμενο της στιγμιαίας τάσης v επί τη στιγμιαία ένταση i, δηλαδή

$$p = v \cdot i \Rightarrow\ p = 880 \cdot \eta\mu^2(100\pi t)\ (SI)$$

Για $t_1 = \frac{1}{300} s$: $p_1 = 880 \cdot \frac{3}{4}\ W \Rightarrow\ p_1 = 660\ W$

Για $t_2 = \frac{1}{200} s$: $p_2 = 880 \cdot 1\ W \Rightarrow\ p_2 = 880\ W$

Για $t_3 = \frac{2}{300} s$: $p_3 = 880 \cdot \frac{3}{4}\ W \Rightarrow\ p_3 = 660\ W$

Η ενεργός τάση είναι ίση με: $V_{\varepsilon\nu} = \frac{V}{\sqrt{2}} \Rightarrow\ V_{\varepsilon\nu} = 220\ V$

Η ενεργός ένταση είναι ίση με: $I_{\varepsilon\nu} = \frac{I}{\sqrt{2}} \Rightarrow\ I_{\varepsilon\nu} = 2\ A$

Η μέση ισχύς που καταναλώνεται στο κύκλωμα δίνεται από τη σχέση

ΑΠΑΝΤΗΣΗ
νέο φροντιστήριο

$$\bar{P} = V_{\varepsilon\nu} \cdot I_{\varepsilon\nu} \Rightarrow \bar{P} = 440\,W$$

Το ποσό θερμότητας που εκλύεται στην αντίσταση R_2 σε χρονικό διάστημα $\Delta t = 2min$ δίνεται από το νόμο του Joule

$$Q_{R_2} = I_{\varepsilon\nu}^2 \cdot R_2 \cdot \Delta t \Rightarrow Q_{R_2} = 4 \cdot 100 \cdot 120\,J \Rightarrow Q_{R_2} = 48000\,J$$

Μονάδες 8

4.4. Η μέση ισχύς $\bar{P}'$ που καταναλώνεται στο κύκλωμα όταν το πλαίσιο στρέφεται με συχνότητα $f' = 44\,Hz$ στο ομογενές μαγνητικό πεδίο $\vec{B}'$ είναι ίση με

$$\bar{P}' = V'_{\varepsilon\nu} \cdot I'_{\varepsilon\nu} \Rightarrow \bar{P}' = \frac{V'}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I'}{\sqrt{2}} \Rightarrow \bar{P}' = \frac{V' \cdot V'}{2(R_1 + R_2)} \Rightarrow \bar{P}' = \frac{(NB'A\omega')^2}{2(R_1 + R_2)} \Rightarrow \bar{P}' = \frac{(NB'A2\pi f')^2}{2(R_1 + R_2)}$$

Όμοια, η μέση ισχύς $\bar{P}$ που καταναλώνεται στο κύκλωμα όταν το πλαίσιο στρέφεται με συχνότητα f στο ομογενές μαγνητικό πεδίο $\vec{B}$ είναι ίση με

$$\bar{P} = \frac{(NBA2\pi f)^2}{2(R_1 + R_2)}$$

Όμως,

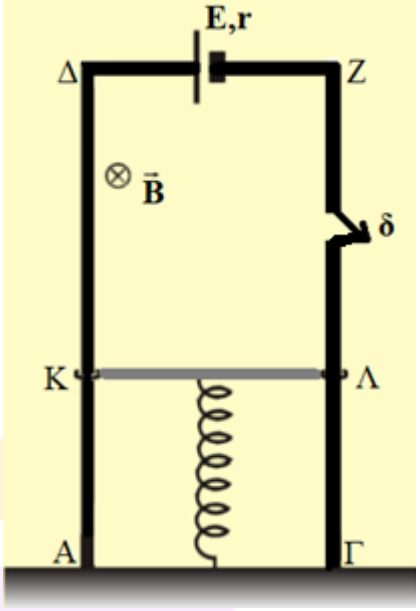
$$\bar{P}' = \bar{P} \Rightarrow \frac{(NB'A2\pi f')^2}{2(R_1 + R_2)} = \frac{(NBA2\pi f)^2}{2(R_1 + R_2)} \Rightarrow B'f' = Bf \Rightarrow B' = \frac{Bf}{f'} \Rightarrow B' = 2{,}5 \cdot 10^{-3}T$$

Μονάδες 5

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 4



Η ομογενής ράβδος ΚΛ έχει μάζα m, μήκος $L = 0{,}5m$ και ωμική αντίσταση $R = 4\Omega$. Η ράβδος ΚΛ είναι δυνατόν να κινείται χωρίς τριβές σε επαφή με τους λείους κατακόρυφους αγωγούς ΑΔ και ΓΖ παραμένοντας συνεχώς κάθετη σε αυτούς. Οι αγωγοί ΑΔ και ΓΖ δεν παρουσιάζουν ωμική αντίσταση ενώ τα κάτω άκρα τους Α και Γ είναι στερεωμένα, μέσω μονωτικών επαφών στο έδαφος. Τα άκρα Δ και Ζ συνδέονται με ηλεκτρική πηγή με ΗΕΔ $E = 10V$ και εσωτερική αντίσταση $r = 1\Omega$. Στο χώρο του συστήματος υπάρχει ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου $B = 2T$, με οριζόντιες δυναμικές γραμμές και φορά όπως στο σχήμα. Η ράβδος ΚΛ είναι προσδεμένη στο μέσο της σε ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k = 100N/m$ με το κάτω άκρο του ελατηρίου να είναι μονωμένο και στερεωμένο ακλόνητα στο έδαφος. Η ράβδος ΚΛ ισορροπεί ακίνητη στη θέση αυτή που φαίνεται στο σχήμα με το ελατήριο να είναι συμπιεσμένο κατά $\Delta l = 8\ cm$ από το φυσικό του μήκος, ενώ ο διακόπτης δ είναι κλειστός.

4.1. Να υπολογίσετε τη μάζα m της ράβδου ΚΛ.

Μονάδες 8

4.2. Κάποια χρονική στιγμή που τη θεωρούμε $t = 0$ ανοίγουμε το διακόπτη δ, οπότε η ράβδος ΚΛ αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Να υπολογίσετε την απόσταση που θα διανύσει η ράβδος ΚΛ σε χρονικό διάστημα $\Delta t = \frac{\pi}{10}\ s$ από το άνοιγμα του διακόπτη δ.

Μονάδες 8

4.3. Να γράψετε τη σχέση της επαγωγικής τάσης που αναπτύσσεται στα άκρα της ράβδου ΚΛ σε συνάρτηση με το χρόνο.

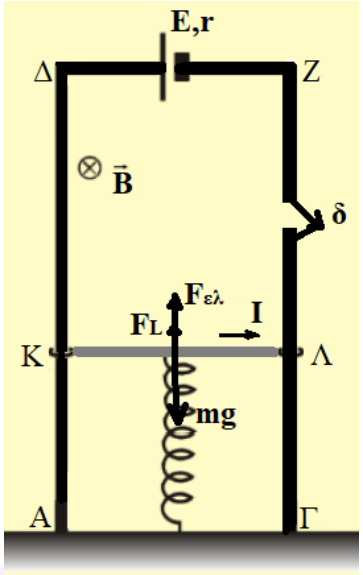
Μονάδες 9

Να θεωρήσετε ως θετική φορά της ταλάντωσης της ράβδου ΚΛ, τη φορά προς τα πάνω.

Να ληφθεί υπόψη ότι η επιτάχυνση βαρύτητας έχει τιμή $g = 10m/s^2$.

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 4



4.1 Στο κλειστό κύκλωμα ΔΖΛΚΔ εφαρμόζοντας το νόμο του Ohm έχουμε:

$$I = \frac{E}{R+r} = 2\,A$$

Εφόσον η ράβδος ΚΛ διαρρέεται από ρεύμα I και βρίσκεται μέσα στο ομογενές μαγνητικό πεδίο εκτός από τη δύναμη ελατηρίου $F_{\varepsilon\lambda}$ και του βάρους της mg, δέχεται και τη δύναμη Laplace $F_L = BIL$, οπότε στη θέση ισορροπίας της θα ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow mg = F_{\varepsilon\lambda} + F_L \Rightarrow mg = k\Delta l + BIL \Rightarrow m = 1\,Kg$$

Μονάδες 8

4.2. Όταν τη χρονική στιγμή $t = 0$ ανοίξουμε το διακόπτη δ, η ράβδος ΚΛ δεν διαρρέεται πλέον από ρεύμα, οπότε κινούμενη αρχικά προς τα κάτω ($mg > k\Delta l$), αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσής της η ράβδος ΚΛ ισορροπεί εξαιτίας του βάρους της mg και της δύναμης ελατηρίου $F'_{\varepsilon\lambda} = k\Delta l'$ (όπου $\Delta l'$, η συμπίεση του ελατηρίου από το φυσικό του μήκος), οπότε:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow mg = F'_{\varepsilon\lambda} \Rightarrow mg = k\Delta l' \Rightarrow \Delta l' = 0{,}1\,m$$

Συνεπώς, το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης είναι: $A = \Delta l' - \Delta l = 0{,}02\,m$. Υπολογίζουμε τώρα την κυκλική συχνότητα και την περίοδο της ταλάντωσης:

$$D = k = m\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10\frac{rad}{s}, \qquad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{5}\,s$$

Εφόσον για $t = 0$ είναι ακίνητη και σύμφωνα με την θετική φορά της ταλάντωσης προς τα πάνω, η ράβδος ΚΛ βρίσκεται στην θετική ακραία θέση της ταλάντωσης που θα εκτελέσει.

Στο χρονικό διάστημα $\Delta t = \frac{\pi}{10}\,s = \frac{T}{2}$ η ράβδος ΚΛ πηγαίνει από την θετική ακραία θέση στην αρνητική ακραία θέση της ταλάντωσης, συνεπώς θα διανύσει την απόσταση

$$s = 2A = 0{,}04\,m$$

Μονάδες 8

4.3. Θέτοντας στην εξίσωση της απομάκρυνσης $x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_o)$, όπου $x = +A$ για $t = 0$ έχουμε:

$$+A = A\eta\mu\varphi_o \Rightarrow \varphi_o = \frac{\pi}{2}\,rad$$

Η μέγιστη ταχύτητα της ράβδου ΚΛ κατά τη διάρκεια της ταλάντωσής της είναι: $\upsilon_{max} = A\omega = 0{,}2\,m/s$.

Άρα η σχέση της ταχύτητας της ράβδου ΚΛ σε συνάρτηση με το χρόνο είναι:

$$\upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_o) = 0{,}2\sigma\upsilon\nu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (S.I.)$$

Συνεπώς, η σχέση της επαγωγικής τάσης που αναπτύσσετε στα άκρα της ράβδου ΚΛ, εφόσον βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο σε συνάρτηση με το χρόνο είναι:

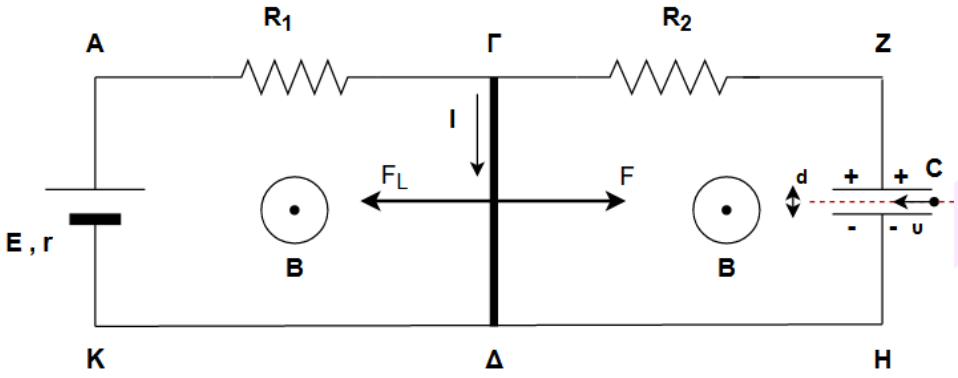
$$E_{\varepsilon\pi} = B\upsilon L = 0{,}2\sigma\upsilon\nu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (S.I.)$$

Μονάδες 9

ΑΠΑΝΤΗΣΗ
νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 4

Δύο παράλληλοι οριζόντιοι αγωγοί AZ και KH απέχουν μεταξύ τους απόσταση $L = 1\,m$. Το τμήμα $A\Gamma$ έχει αντίσταση $R_1 = 32\,\Omega$ και το τμήμα ΓZ έχει αντίσταση R_2. Τα άκρα A και K συνδέονται με ηλεκτρική πηγή ηλεκτρεγερτικής δύναμης E και εσωτερικής αντίστασης $r = 3\Omega$ ενώ τα άκρα Z και H συνδέονται με πυκνωτή χωρητικότητας $C = 2\mu F$. Ένας άλλος αγωγός $\Gamma\Delta$, με μήκος $L = 1m$ έχει αντίσταση $R_{\Gamma\Delta} = 80\,\Omega$ και μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβές, μένοντας κάθετος και σε επαφή στα σημεία Γ και Δ με τους οριζόντιους αγωγούς AZ και KH. Ο αγωγός $\Gamma\Delta$ ισορροπεί καθώς ασκούμε στο μέσο του αγωγού σταθερή δύναμη μέτρου F η οποία είναι κάθετη στον αγωγό και η διεύθυνσή της ανήκει στο επίπεδο που ορίζουν οι αγωγοί AZ και KH. Αυτό συμβαίνει αφού έχει σταθεροποιηθεί η τιμή της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος στο κύκλωμα μετά από αρκετό χρόνο. Το ηλεκτρικό φορτίο που έχει αποθηκευτεί τότε στον πυκνωτή είναι $Q = 160\mu C$. Η όλη διάταξη βρίσκεται σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B που είναι κάθετο στο επίπεδο των αγωγών. Το μέτρο της έντασης είναι $B = 0{,}5\,T$.



4.1. Να υπολογιστεί η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή στα άκρα του αγωγού $\Gamma\Delta$.

Μονάδες 5

4.2. Να υπολογιστεί η ηλεκτρεγερτική δύναμη E της ηλεκτρικής πηγής.

Μονάδες 6

4.3. Να βρεθεί η φορά των δυναμικών γραμμών του ομογενούς μαγνητικού πεδίου και το μέτρο της εξωτερικής δύναμης F για να διατηρείται ακίνητη η ράβδος.

Μονάδες 7

Στη συνέχεια ένα φορτισμένο σωματίδιο εισέρχεται σε θέση όπου συνυπάρχουν το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή και το ομογενές μαγνητικό πεδίο όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Η ταχύτητά του $\vec{\upsilon}$ είναι οριζόντια και κάθετη στις δυναμικές γραμμές και των δύο πεδίων. Το μέτρο της ταχύτητας είναι: $\upsilon = 10^4\,\frac{m}{s}$.

νέο φροντιστήριο

4.4. Ποιο πρέπει να είναι το είδος του ηλεκτρικού φορτίου του σωματιδίου που εισέρχεται στην περιοχή των δύο μεταλλικών πλακών(πυκνωτής) έτσι ώστε να διέρχεται ανεπηρέαστα από αυτό; Να υπολογίσετε τότε την κατακόρυφη απόσταση d μεταξύ των μεταλλικών πλακών του πυκνωτή για να συμβαίνει αυτό.

Μονάδες 7

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 4

4.1. Ο αγωγός δεν κινείται έτσι δεν δημιουργείται ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή

$$E_{\varepsilon\pi} = 0$$

Μονάδες 5

4.2. Η χωρητικότητα του πυκνωτή δίνεται από τη σχέση: $C = \frac{Q}{V}$, έτσι η διαφορά δυναμικού στα άκρα του θα είναι: $V = \frac{Q}{C}$. Αν αντικαταστήσουμε τις αριθμητικές τιμές:

$$V = \frac{160 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-6}} \text{V} \quad \text{ή} \quad V = 80\,V$$

Το ηλεκτρικό ρεύμα που διαρρέει τον αγωγό $\Gamma\Delta$ είναι:

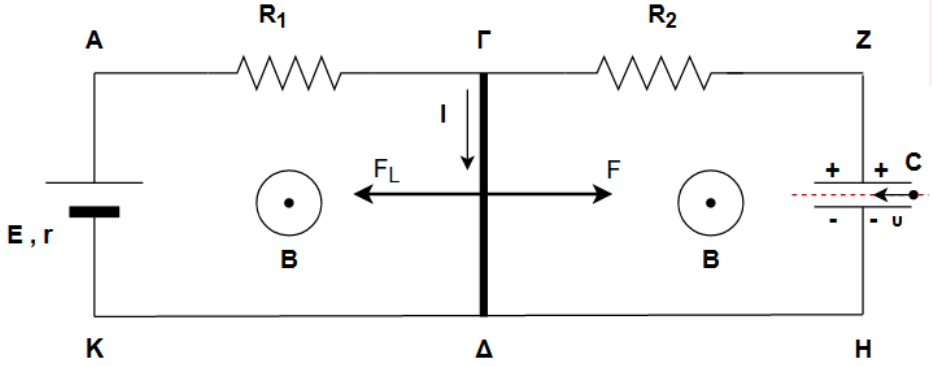
$$\text{I} = \frac{\text{V}}{\text{R}_{\Gamma\Delta}} \quad \text{ή} \quad \text{I} = \frac{80\,\text{V}}{80\,\Omega} \quad \text{ή} \quad \text{I} = 1\,\text{A}$$

αφού ο κλάδος ΓΖΗΔ δεν διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα. Σύμφωνα με το νόμο του Ohm για το κλειστό κύκλωμα θα έχουμε:

$$\text{I} = \frac{\text{E}}{\text{R}_{\Gamma\Delta} + R_1 + r} \quad \text{ή} \quad 1\,\text{A} = \frac{\text{E}}{80\Omega + 32\Omega + 3\Omega} \quad \text{ή} \quad E = 115\,V$$

Μονάδες 6

4.3. Το μαγνητικό πεδίο έχει φορά από την σελίδα προς τον μαθητή, έτσι ώστε η ηλεκτρομαγνητική δύναμη Laplace F_L να είναι αντίθετη από την εξωτερική δύναμη F.



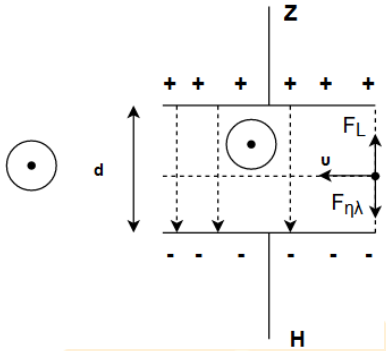
Αφού η ράβδος ισορροπεί, σε κάθε χρονική στιγμή θα έχουμε για τις δυνάμεις που ασκούνται σε αυτή:

$$\sum F = 0 \quad \text{ή} \quad F = F_L \quad \text{ή} \quad F = F_L = BIL \quad \text{ή} \quad F = 0{,}5\,N$$

Μονάδες 7

4.4. Η επάνω μεταλλική πλάκα έχει θετικό ηλεκτρικό φορτίο αφού συνδέεται με τον θετικό πόλο της ηλεκτρικής πηγής. Αν το φορτίο είναι θετικό από το ηλεκτρικό πεδίο δέχεται δύναμη μέτρου $F_{\eta\lambda}$ με φορά προς τα κάτω, ενώ από το μαγνητικό πεδίο δύναμη F_L με φορά προς

τα επάνω. Εάν η ηλεκτρική δύναμη εξισορροπείται από την μαγνητική το σωματίδιο θα συνεχίσει ανεπηρέαστο την πορεία του με ταχύτητα $\upsilon = 10^4 \frac{m}{s}$.



Εξισώνοντας την μαγνητική με την ηλεκτρική δύναμη προκύπτει:

$\vec{F}_{ηλ} + \vec{F}_L = 0$ ή $F_{ηλ} = F_L$ ή $Eq = B\upsilon q$ ή

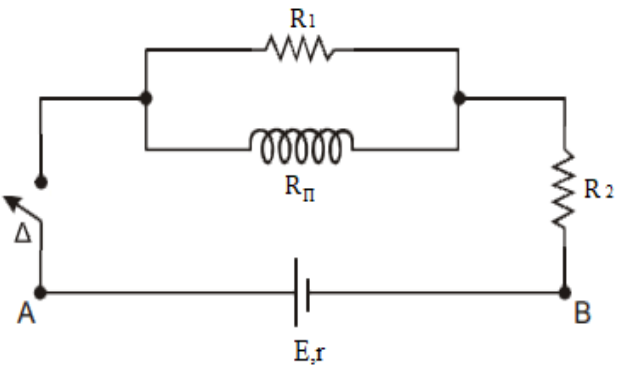
$\upsilon = \frac{E}{B}$ ή $\upsilon = \frac{V}{Bd}$ ή $10^4 (\frac{m}{s}) = \frac{80(V)}{0,5 \cdot d}$ ή $d = 0,016\, m$ ή $d = 1,6\, cm$

Μονάδες 7

ΑΠΑΝΤΗΣΗ
νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 4

Το κύκλωμα του σχήματος αποτελείται από μια πηγή με ηλεκτρεγερτική δύναμη $E = 120\,V$ και εσωτερική αντίσταση $r = 5\,\Omega$, δύο αντιστάτες με ωμικές αντιστάσεις $R_1 = 60\,\Omega$ και $R_2 = 10\,\Omega$, πηνίο με ωμική αντίσταση $R_\Pi = 20\,\Omega$, αριθμό σπειρών $N = 1000$, μήκος $l = 1\,m$, διάμετρο της κάθε σπείρας $\delta = 2cm$ και ένα διακόπτη Δ.



4.1. Να υπολογίσετε το συντελεστή αυτεπαγωγής του πηνίου.

Μονάδες 5

Κάποια στιγμή κλείνουμε το διακόπτη Δ. Μετά από κάποιο χρονικό διάστημα αποκαθίστανται οι τελικές τιμές των ρευμάτων στο κύκλωμα.

4.2. Να υπολογίσετε την τελική τιμή του ρεύματος που διαρρέει την πηγή και το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του πηνίου.

Μονάδες 9

Κάποια στιγμή ανοίγουμε το διακόπτη Δ. Να υπολογίσετε:

4.3. το ρυθμό μεταβολής της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος τη στιγμή κατά την οποία η ηλεκτρεγερτική δύναμη που αναπτύσσεται από αυτεπαγωγή στο κύκλωμα είναι $E_{\alpha\upsilon\tau} = 10\,V$.

Μονάδες 5

4.4. την θερμότητα που θα παραχθεί συνολικά από την αντίσταση R_1 και το πηνίο από τη στιγμή που ανοίγουμε το διακόπτη Δ μέχρι να μηδενιστεί το ρεύμα στο πηνίο.

Μονάδες 6

Δίνονται η μαγνητική διαπερατότητα του κενού $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7}\,T \cdot m/A$. Να θεωρήσετε ότι $\pi^2 = 10$.

νέο φροντιστήριο

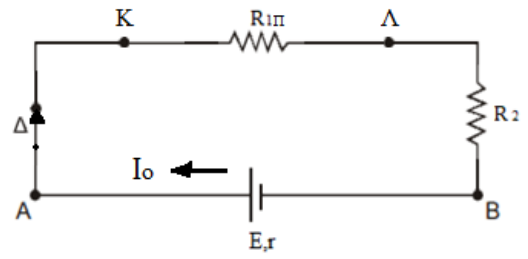
ΘΕΜΑ 4

4.1. Ο συντελεστής αυτεπαγωγής του πηνίου δίνεται από τη σχέση:

$$L = \mu_o \frac{N^2}{l} A = \mu_o \frac{N^2}{l} \cdot \pi \frac{\delta^2}{4} = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{10^6}{1} \cdot \pi \cdot 10^{-4}\, H = 4 \cdot 10^{-4}\, H$$

Μονάδες 5

4.2. Κλειστός διακόπτης Δ.



$R_{1\Pi} = \frac{R_1 \cdot R_\Pi}{R_1 + R_\Pi} = 15\,\Omega,\ \ R_{o\lambda} = R_{1\Pi} + R_2 = 25\,\Omega$

Από το νόμο του Ohm για το κλειστό κύκλωμα βρίσκουμε την τελική τιμή του ρεύματος I_o, που διαρρέει την πηγή:

$$I_o = \frac{E}{R_{o\lambda} + r} = 4\,A$$

Η τάση στα άκρα της $R_{1\Pi}$ είναι: $V_{K\Lambda} = I_o R_{1\Pi} = 60\,V$. Συνεπώς η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο είναι: $I_\Pi = \frac{V_{K\Lambda}}{R_\Pi} = 3\,A$. Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του πηνίου είναι:

$$\boldsymbol{B} = \mu_o \frac{N}{l} I_\Pi = 12\pi \cdot 10^{-4}\, T$$

Μονάδες 9

4.3. Ανοικτός διακόπτης Δ.

Η ηλεκτρεγερτική δύναμη που αναπτύσσεται από αυτεπαγωγή στο κύκλωμα είναι:

$$E_{\alpha\upsilon\tau} = -L\frac{di}{dt} \Rightarrow \frac{di}{dt} = -\frac{E_{\alpha\upsilon\tau}}{L} = -25 \cdot 10^3\, A/s$$

Μονάδες 5

4.4. Η θερμότητα Q που παράγεται συνολικά από την αντίσταση R_1 και το πηνίο, από τη στιγμή που ανοίγουμε το διακόπτη Δ μέχρι να μηδενιστεί το ρεύμα στο πηνίο, προέρχεται από την ενέργεια μαγνητικού πεδίου U που είχε αποθηκευμένη το πηνίο. Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας έχουμε:

$$Q = U = \frac{1}{2} L I_\Pi^2 = 18 \cdot 10^{-4}\, J$$

Μονάδες 6

ΑΠΑΝΤΗΣΗ
νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 4

Στο εργαστήριο φυσικής πραγματοποιείται η ακόλουθη πειραματική διαδικασία:

Ένα συρμάτινο τετράγωνο πλαίσιο που το μήκος της πλευράς του είναι $\alpha = 10\,cm$ έχει συνολική αντίσταση $R = 20\,\Omega$. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το πλαίσιο τοποθετείται σε χώρο ομογενούς αλλά χρονικά μεταβαλλόμενου μαγνητικού πεδίου, με το επίπεδό του κάθετο στις δυναμικές γραμμές. Αν ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της έντασης του μαγνητικού πεδίου B είναι: $\frac{\Delta B}{\Delta t} = 200 \cdot t\ (S.I.)$ και το βάρος του πλαισίου αμελητέο,

4.1. να υπολογίσετε την ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή $E_{\varepsilon\pi}$ που αναπτύσσεται στο πλαίσιο σε σχέση με το χρόνο t

Μονάδες 5

4.2. να υπολογίσετε την τιμή της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει το πλαίσιο τη χρονική στιγμή $t = 10s$.

Μονάδες 5

4.3. να κάνετε την γραφική παράσταση της τιμής της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει το πλαίσιο σε σχέση με τον χρόνο από τη στιγμή $t_0 = 0s$ έως την χρονική στιγμή $t = 10s$ (Μονάδες 3) και να υπολογίσετε το ηλεκτρικό φορτίο που θα περάσει από μια διατομή του αγωγού στο παραπάνω χρονικό διάστημα (Μονάδες 4).

Μονάδες 7

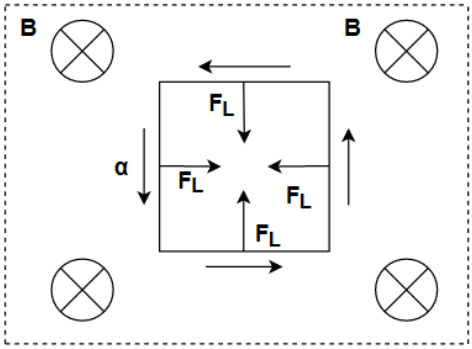
4.4. να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ενεργούν στο πλαίσιο κατά την εκτέλεση της πειραματικής διαδικασίας. Ποια είναι τότε η κινητική κατάσταση του πλαισίου;

Μονάδες 8

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 4

4.1.



$$E_{\varepsilon\pi} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{\Delta(B\cdot A)}{\Delta t} = A\frac{\Delta B}{\Delta t} = a^2\frac{\Delta B}{\Delta t} = 2t \quad \text{ή} \quad E_{\varepsilon\pi} = 2t\ (V)$$

Μονάδες 5

4.2.

Η $E_{\varepsilon\pi}$ την χρονική στιγμή $t = 10\ s$ είναι $E_{\varepsilon\pi} = 20\ V$

Οπότε:

$$I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R} = \frac{20}{20}\ A = 1\ A$$

Μονάδες 5

4.3.

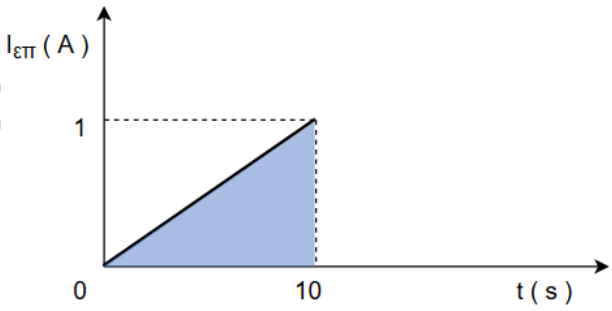
Σε κάθε χρονική στιγμή t είναι: $E_{\varepsilon\pi} = 2t\ (V)$

Οπότε η ένταση του ρεύματος θα είναι: $I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R} = \frac{2t}{20}$ ή $I_{\varepsilon\pi} = 0{,}1\ t\ (S.I.)$

Για $t = 0\ s$ είναι $I_{\varepsilon\pi} = 0\ A$

Για $t = 10\ s$ είναι $I_{\varepsilon\pi} = 1\ A$

Η γραφική παράσταση της έντασης του ρεύματος σε σχέση με τον χρόνο είναι η εξής:



(Μονάδες 3)

Είναι: $I_{\varepsilon\pi} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ ή $\Delta Q = I_{\varepsilon\pi}\cdot\Delta t$ οπότε $Q = \sum \Delta Q = \sum I_{\varepsilon\pi}\Delta t$

Δηλαδή, το φορτίο Q, που θα διέλθει από μια διατομή του πλαισίου στο χρονικό διάστημα $0 - 10\ s$ είναι αριθμητικά ίσο με το γραμμοσκιασμένο εμβαδό:

$$Q = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 1C = 5\,C \quad \text{(Μονάδες 4)}$$

Μονάδες 7

4.4.

Κάθε πλευρά του πλαισίου διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I_{\varepsilon\pi}$. Οπότε, θα δέχεται δύναμη Laplace $F_L = BI_{\varepsilon\pi}a$. Επειδή, οι δυνάμεις αυτές είναι ανά δύο αντίθετες είναι $\sum \vec{F} = 0$, οπότε το πλαίσιο παραμένει ακίνητο.

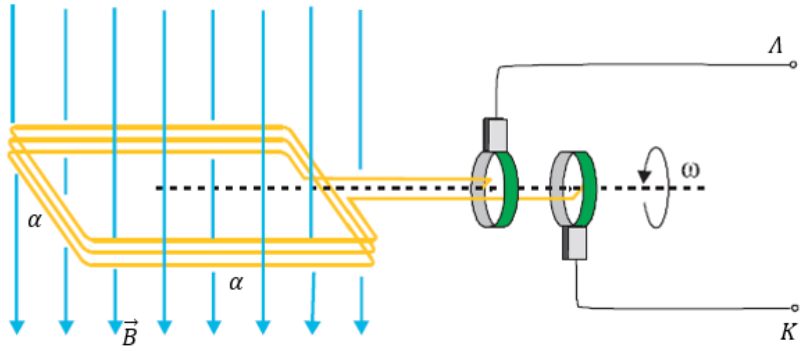
Μονάδες 8

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 4

Ο περιστρεφόμενος βρόχος σε μια γεννήτρια εναλλασσόμενου ρεύματος είναι ένα τετράγωνο πλαίσιο με πλευρά $\alpha = 10\text{cm}$, το οποίο αποτελείται από $N = 3$ σπείρες. Περιστρέφεται με συχνότητα $f = \frac{200}{\pi}$ Hz σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B = 0{,}8$ T, γύρω από άξονα που είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές του πεδίου και βρίσκεται στο επίπεδό του. Την χρονική στιγμή $t = 0$ το επίπεδο του πλαισίου είναι κάθετο στην ένταση του μαγνητικού πεδίου.



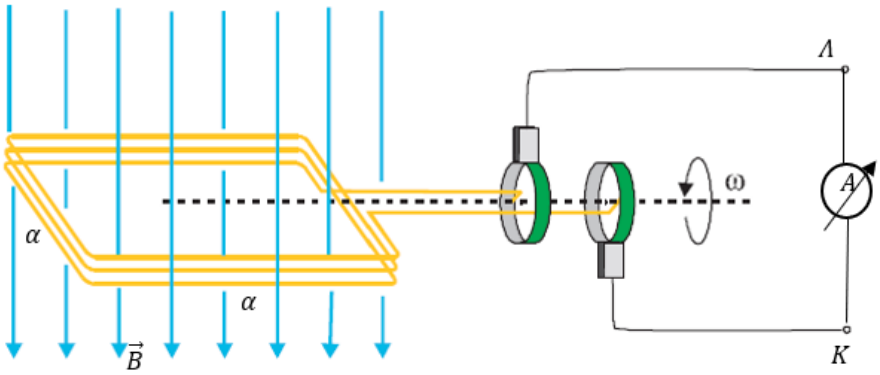
4.1. Να υπολογίστε την μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια του πλαισίου, ως συνάρτηση του χρόνου.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε την ενεργό τιμή της εναλλασσόμενης τάσης που εμφανίζεται στα άκρα Κ και Λ του παραπάνω σχήματος.

Μονάδες 6

4.3. Στα άκρα Κ και Λ συνδέεται αμπερόμετρο με αντίσταση $R = 0{,}4\Omega$. Το πλαίσιο και οι αγωγοί σύνδεσης έχουν αμελητέα αντίσταση.



Να βρεθεί η ένδειξη του αμπερομέτρου και να σχεδιαστεί η γραφική παράσταση της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πλαίσιο ως συνάρτηση του χρόνου για χρονικό διάστημα μίας περιόδου.

Μονάδες 6

4.4. Να βρεθεί το ποσοστό μεταβολής της ισχύος που καταναλώνει το αμπερόμετρο, αν το πλαίσιο περιστραφεί με συχνότητα $f' = \frac{300}{\pi}$Hz.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το εμβαδό κάθε σπείρας του τετραγωνικού πλαισίου είναι

$$A = \alpha^2 = (10^{-1}m)^2 = 10^{-2}m^2$$

Το πλαίσιο περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \frac{200}{\pi}\frac{rad}{s} = 400\frac{rad}{s}$$

Αφού την χρονική στιγμή $t = 0$ το επίπεδο του πλαισίου είναι κάθετο στις δυναμικές γραμμές του ομογενούς μαγνητικού πεδίου, η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο σε συνάρτηση με τον χρόνο είναι

$$\Phi_B = NBA\sigma\upsilon\nu(\omega t) = 3 \cdot 0{,}8 \cdot 10^{-2}\ Wb\ \sigma\upsilon\nu(400t) = 2{,}4 \cdot 10^{-2}\sigma\upsilon\nu(400t)\ (S.I.)$$

Μονάδες 6

4.2. Το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης που δημιουργείται στα σημεία Κ και Λ από την περιστροφή του πλαισίου είναι

$$V = N\omega BA = 3 \cdot 400 \cdot 0{,}8 \cdot 10^{-2}V = 9{,}6V$$

Η ενεργός τιμή της εναλλασσόμενης τάσης είναι

$$V_{\varepsilon\nu} = \frac{V}{\sqrt{2}} = \frac{9{,}6}{\sqrt{2}}V = 4{,}8\sqrt{2}V$$

Μονάδες 6

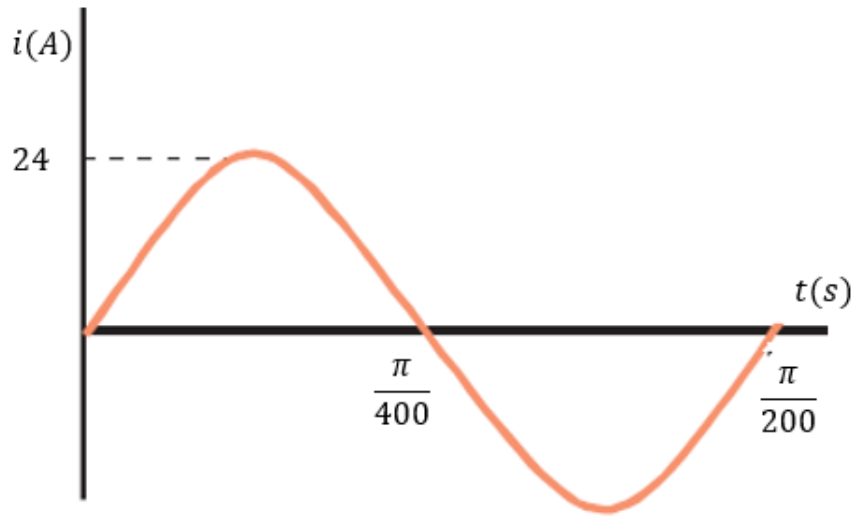
4.3. Σε ένα κύκλωμα που διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα, το αμπερόμετρο δείχνει την ενεργό τιμή του ρεύματος. Συνεπώς, η ένδειξη του αμπερομέτρου είναι

$$I_{\varepsilon\nu} = \frac{V_{\varepsilon\nu}}{R} = \frac{4{,}8\sqrt{2}}{0{,}4}A = 12\sqrt{2}A$$

Η στιγμιαία τιμή της έντασης του ρεύματος είναι

$$i = \frac{V}{R}\eta\mu(\omega t) = \frac{9{,}6}{0{,}4}\eta\mu(400t) = 24\eta\mu(400t)\ \ (S.I.)$$

Η περίοδος περιστροφής του πλαισίου είναι $T = \frac{1}{f} = \frac{\pi}{200}s$. Η γραφική παράσταση $i = f(t)$ είναι



Μονάδες 6

4.4. Η ισχύς που καταναλώνει η αντίσταση του αμπερομέτρου όταν το πλαίσιο περιστρέφεται με συχνότητα $f = \frac{200}{\pi}$ Hz δίνεται από τη σχέση

$$P = \frac{V_{\varepsilon\nu}^2}{R} = \frac{V^2}{2R} = \frac{(NB2\pi fA)^2}{2R} = \frac{2\pi^2 N^2 B^2 A^2}{R} f^2$$

Όταν το πλαίσιο περιστραφεί με συχνότητα $f' = \frac{300}{\pi}$ Hz $= 1{,}5f$ στο αμπερόμετρο θα καταναλώνεται ισχύς

$$P' = \frac{2\pi^2 N^2 B^2 A^2}{R} f'^2 = \frac{2\pi^2 N^2 B^2 A^2}{R} (1{,}5f)^2 = 2{,}25P$$

Το ποσοστό μεταβολής της ισχύος είναι

$$\frac{\Delta P}{P} 100\% = \frac{P' - P}{P} 100\% = \frac{2{,}25P - P}{P} 100\% = 125\%$$

Μονάδες 7

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

νέο φροντιστήριο