Νέο Φροντιστήριο

Τράπεζα Θεμάτων Γ Λυκείου

Φυσική Προσανατολισμού

Κεφάλαιο: 5 Κρούσεις και Σχετικές Κινήσεις

Θέμα 4

ΘΕΜΑ 4

Σώμα μάζας m_1, κινείται σε λείο οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$, μέτρου $\upsilon_1 = 4\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με αρχικά ακίνητο σώμα μάζας m_2. Η ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1{}'$ του σώματος μάζας m_1 μετά την κρούση είναι ομόρροπη της $\vec{\upsilon}_1$ και το μέτρο της ίσο με $2\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

4.1. Να δείξετε ότι ο λόγος των μαζών των δύο σωμάτων είναι $\frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{3}$.

Μονάδες 6

4.2. Να προσδιορίσετε την ταχύτητα του σώματος m_2 μετά την κρούση.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_2 αν γνωρίζετε ότι η μάζα του είναι $m_2 = 2\mathrm{kg}$.

Μονάδες 6

4.4. Αν το σώμα μάζας m_2 μετά την κρούση εισέρχεται σε τραχύ δάπεδο, με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής $\mu = 0.5$, να προσδιορίσετε τη μετατόπιση του σώματος αυτού στο τραχύ δάπεδο, από το σημείο εισόδου σε αυτό, μέχρι να σταματήσει.

Μονάδες 7

Δίνεται: $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η ταχύτητα του σώματος μάζας m_1 μετά την κρούση υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\upsilon'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1.$$

Συνεπώς,

$$2 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot 4, \quad 1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot 2, \; m_1 + m_2 = 2 \cdot (m_1 - m_2), \; m_1 + m_2 = 2 \cdot m_1 - 2 \cdot m_2$$

$$2 \cdot m_2 + m_2 = 2 \cdot m_1 - m_1, \; 3 \cdot m_2 = m_1,$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{3}$$

Μονάδες 6

4.2. Η ταχύτητα του σώματος μάζας m_2 μετά την κρούση υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\upsilon'_2 = \frac{2 \cdot m_1}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1.$$

Όμως, από το προηγούμενο ερώτημα είναι: $m_1 = 3 \cdot m_2$.

Με αντικατάσταση είναι:

$$\upsilon'_2 = \frac{2 \cdot 3 \cdot m_2}{3 \cdot m_2 + m_2} \cdot 4, \qquad \upsilon'_2 = \frac{6 \cdot m_2}{4 \cdot m_2} \cdot 4, \qquad \upsilon'_2 = 6\frac{m}{s}.$$

Μονάδες 6

4.3. Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος m_2, δίνεται από τη σχέση:

$$\Delta K_2 = K'_2 - K_2 = K'_2 - 0 = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \upsilon'^2_2, \qquad \Delta K_2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 6^2, \qquad \Delta K_2 = 36J$$

Μονάδες 6

4.4. Από το Θεώρημα Έργου Ενέργειας είναι:

$$\Delta K = \Sigma W, \qquad 0 - K'_2 = W_{\vec{w}} + W_{\vec{N}} + W_{\vec{T}}, \qquad -\frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \upsilon'^2_2 = -T \cdot \Delta x,$$

$$\frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \upsilon'^2_2 = \mu \cdot m_2 \cdot g \cdot \Delta x, \qquad \Delta x = \frac{\upsilon'^2_2}{2 \cdot \mu \cdot g}$$

Με αντικατάσταση έχουμε:

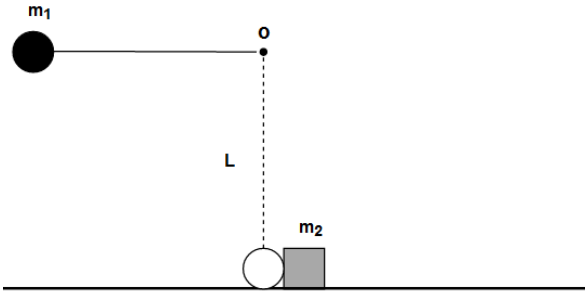
$$, \qquad \Delta x = \frac{6^2}{2 \cdot 0{,}5 \cdot 10} m = 3{,}6m$$

Μονάδες 7

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 4

Μια ατσάλινη σφαίρα μάζας $m_1 = 2\ kg$ είναι δεμένη σε ένα νήμα μήκους $L = 1{,}8\ m$ που δεν έχει βάρος και δεν είναι ελαστικό.



Αρχικά η σφαίρα ανυψώνεται ώστε το νήμα να είναι τεντωμένο σε οριζόντια διεύθυνση. Στη συνέχεια η σφαίρα ελευθερώνεται. Στο χαμηλότερο σημείο της τροχιάς της η σφαίρα συγκρούεται με ένα χαλύβδινο σώμα μάζας $m_2 = 1\ kg$ που αρχικά ισορροπεί και μπορεί να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Η σύγκρουση είναι μετωπική και ελαστική. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του επιπέδου είναι $\mu = 0{,}2$ να υπολογίσετε:

4.1. τις ταχύτητες των σωμάτων αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 5

4.2. το ποσοστό της κινητικής ενέργειας της σφαίρας που μεταφέρθηκε στο χαλύβδινο σώμα κατά την κρούση.

Μονάδες 6

4.3. το διάστημα που θα διανύσει το χαλύβδινο σώμα μέχρι να σταματήσει και η μέγιστη γωνία ($\sigma\upsilon\nu\varphi$) που σχηματίζει το νήμα με την κατακόρυφη μετά την κρούση.

Μονάδες 6

Στην πραγματικότητα η κρούση δεν είναι ελαστική, αλλά το ένα τρίτο ($\frac{1}{3}$) της αρχικής μηχανικής ενέργειας μετατρέπεται σε θερμότητα και ηχητική ενέργεια.

4.4. Να υπολογίσετε τις νέες ταχύτητες των σωμάτων αμέσως μετά την κρούση.

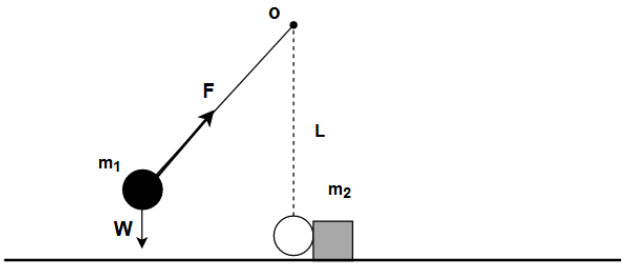
Μονάδες 8

Η διάρκεια της κρούσης να θεωρηθεί ότι είναι πολύ μικρή.

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 4

4.1. Μέχρι να συγκρουστεί με το σώμα, η ατσάλινη σφαίρα κινείται υπό την επίδραση του βάρους της w και της τάσης F του νήματος. Σύμφωνα με το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας θα υπολογίσουμε την ταχύτητα υ_1 της σφαίρας λίγο πριν συγκρουστεί με το ακίνητο σώμα:



$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_W + W_F \text{ ή } \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 - 0 = m_1 g L \quad \text{ή} \quad \upsilon_1 = \sqrt{2gL} = 6\frac{m}{s}$$

Το έργο της F είναι 0 επειδή παραμένει διαρκώς κάθετη στην μετατόπιση του σημείου εφαρμογής της.

Αφού η κρούση είναι ελαστική οι ταχύτητες μετά την κρούση θα είναι:

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\,\upsilon_1 = 2\frac{m}{s}$$

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\,\upsilon_1 = 8\frac{m}{s}$$

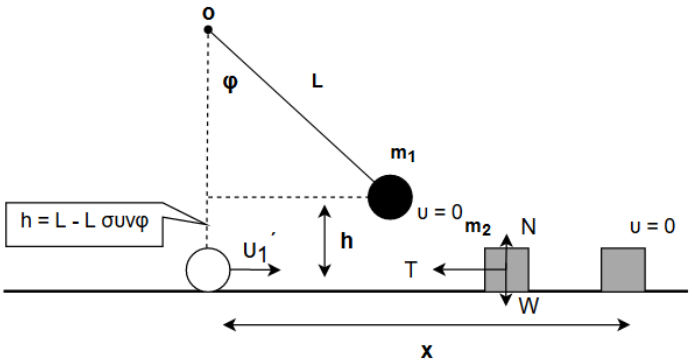
Μονάδες 5

4.2. Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μεταβιβάστηκε στο σώμα μάζας m_2 είναι:

$$\frac{K_2'}{K_1}100\% = \frac{\frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2}{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2}100\% = \frac{800}{9}\%$$

Μονάδες 6

4.3. Γράφουμε τώρα το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για την χαλύβδινη σφαίρα αμέσως μετά την κρούση έως να σταματήσει στιγμιαία.



$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_W + W_F \text{ ή } 0 - \frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2 = -m_1 g h$$

$$h = L(1 - \sigma\upsilon\nu\varphi)$$

Με την βοήθεια των παραπάνω σχέσεων:

$$\upsilon_1'^2 = 2gL(1 - \sigma\upsilon\nu\varphi) \text{ ή } \sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{8}{9}$$

Επίσης το σώμα μάζας m_2 θα σταματήσει σε απόσταση x. Γράφουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας οπότε:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_W + W_T + W_N \text{ ή } 0 - \frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 = -Tx = -\mu m_2 g x \text{ ή } x = 16\,m$$

Μονάδες 6

4.4. Η αρχική μηχανική ενέργεια είναι: $K_1 = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 = 36\ (j)$

Η ενέργεια που θα χαθεί είναι: $E_{\alpha\pi\acute{\omega}\lambda} = \frac{1}{3}36 = 12\ (j)$

Γράφουμε την ενεργειακή ισότητα.

$K_1 = K_1' + K_2' + E_{\alpha\pi\acute{\omega}\lambda}$ ή $K_1' + K_2' = 24J$ ή $\frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 = 24J$ ή

$$2\upsilon_1'^2 + \upsilon_2'^2 = 48J \ (1)$$

Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ορμής θα έχουμε:

$m_1\upsilon_1 = m_1\upsilon_1' + m_2\upsilon_2'$ ή $2\upsilon_1 = 2\upsilon_1' + \upsilon_2'$ ή $2\upsilon_1' + \upsilon_2' = 12\ (2)$

Εάν επιλύσουμε το σύστημα των δύο εξισώσεων θα έχουμε: $\upsilon_1' = \upsilon_2' = 4\frac{m}{s}$.

Μονάδες 8

ΑΠΑΝΤΗΣΗ
νέο φροντιστήριο