Νέο Φροντιστήριο

Τράπεζα Θεμάτων Γ Λυκείου

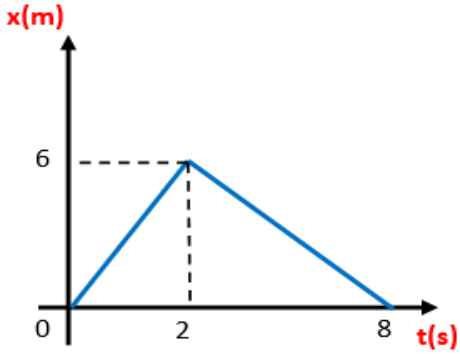
Φυσική Προσανατολισμού

Κεφάλαιο: 1 Ηλεκτρικές – Μηχανικές Ταλαντώσεις

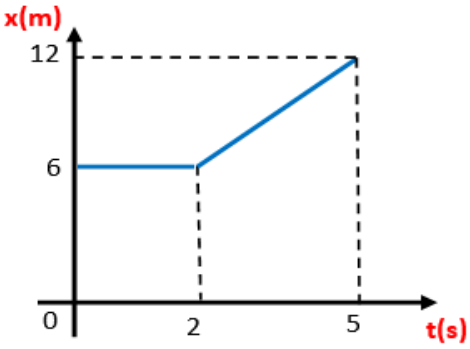
Θέμα 2

ΘΕΜΑ 2

2.1. Δύο σώματα αμελητέων διαστάσεων με μάζες $m_1 = m$ και $m_2 = 2m$ βρίσκονται πάνω σε οριζόντιο άξονα, με το σώμα m_1 στην αρχή του άξονα (θέση 0). Τα δύο σώματα συγκρούονται κεντρικά και η κίνηση των δύο σωμάτων πριν και μετά την κρούση περιγράφεται από τα διαγράμματα:



(1)



(2)

Η γραφική παράσταση (1) δίνει την θέση του σώματος m_1 συναρτήσει του χρόνου, ενώ η (2) δίνει τη θέση του σώματος μάζας m_2. Τότε:

(α) Η κρούση των δύο σωμάτων είναι ελαστική.

(β) Η κρούση των δύο σωμάτων είναι ανελαστική.

(γ) Η κρούση των δύο σωμάτων είναι πλαστική.

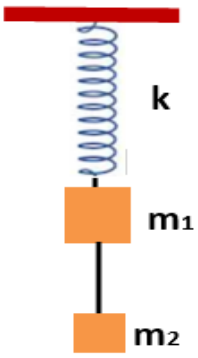
2.1.Α.Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β.Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Το σώμα Σ_1 του σχήματος, μάζας m_1, κρέμεται δεμένο σε κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς k, ενώ το σώμα Σ_2, μάζας m_2, είναι δεμένο μέσω ιδανικού νήματος με το Σ_1.



Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα οπότε το Σ_1 αρχίζει να κινείται. Η ταχύτητά του μηδενίζεται για πρώτη φορά ύστερα από χρόνο :

(α) $\pi\sqrt{\frac{m_2}{k}}$ **(β)** $\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}}$ **(γ)** $\pi\sqrt{\frac{m_1+m_2}{k}}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 2

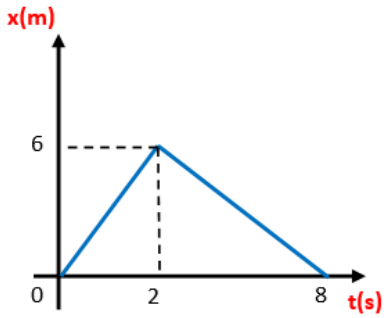
2.1.

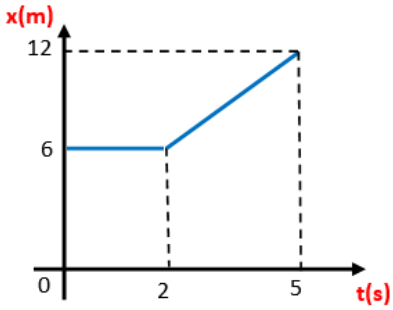
2.1.Α.Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Από τα διαγράμματα (1) και (2), προκύπτει ότι:





Το σώμα μάζας m_1 ξεκινά από την θέση (0), αρχή του άξονα, εκτελώντας ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα $\upsilon_1 = \frac{6m}{2s} = 3\ m/s$. Αντίστοιχα, το σώμα μάζας m_2, είναι ακίνητο μέχρι την στιγμή που το πρώτο σώμα συγκρούεται κεντρικά με αυτό και βρίσκεται στην θέση $x = 6\ m$.

Μετά την κρούση το σώμα (1) αποκτά ταχύτητα που προκύπτει και αυτή από το διάγραμμα:

$$\upsilon'_1 = \frac{(0-6)m}{(8-2)s} = -1\ m/s,$$

ενώ το σώμα (2) αποκτά ταχύτητα:

$$\upsilon'_2 = \frac{(12-6)m}{(5-2)s} = 2\ m/s.$$

Υπολογίζουμε την μεταβολή της κινητικής ενέργειας για την κρούση:

$$\Delta K = K_{ολ}^{τελ} - K_{ολ}^{αρχ} = \frac{1}{2}m_1\upsilon'^2_1 + \frac{1}{2}m_2\upsilon'^2_2 - \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 - 0$$

$$\Delta K = \frac{1}{2}\cdot m\cdot(-1)^2\left(\frac{m}{s}\right)^2 + \frac{1}{2}\cdot 2\cdot m\cdot 2^2\left(\frac{m}{s}\right)^2 - \frac{1}{2}\cdot m\cdot 3^2\left(\frac{m}{s}\right)^2 = \frac{1}{2}\cdot m\cdot[1+8-9]\left(\frac{m}{s}\right)^2$$

$$\Delta K = 0\ J$$

Άρα, η κρούση είναι ελαστική, εφόσον δεν χάνεται ενέργεια του συστήματος κατά την κρούση.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β. Μόλις κόβουμε το νήμα ξεκινά το σώμα m_1 να κινείται. Η κίνηση αυτή είναι Α.Α.Τ. διότι:

Στη θέση ισορροπίας (Θ.Ι.) είναι:

$$\Sigma\vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F}_{ελ} + m_1\vec{g} = \vec{0}$$

$$k\Delta l_1 = m_1 g$$

Στην τυχαία θέση που απέχει απόσταση x από την Θ.Ι. και θεωρώντας θετική φορά προς τα κάτω, ισχύει:

$$\Sigma\vec{F} = m_1\vec{g} + \vec{F}_{\varepsilon\lambda}$$

$$\Sigma F = m_1 g - k(\Delta l_1 + x) = -kx$$

Οπότε δείξαμε ότι είναι της μορφής $\Sigma F = -Dx$, με $D = k$ και $T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}}$.

Επειδή ξεκινά από την ακινησία, συμπεραίνουμε ότι βρίσκεται σε θέση πλάτους της ταλάντωσης και άρα η ταχύτητά του μηδενίζεται για πρώτη φορά στη θέση μέγιστης αρνητικής απομάκρυνσης, μετά από χρόνο:

$$t = \frac{T}{2} = \frac{2\pi}{2}\sqrt{\frac{m_1}{k}} = \pi\sqrt{\frac{m_1}{k}}$$

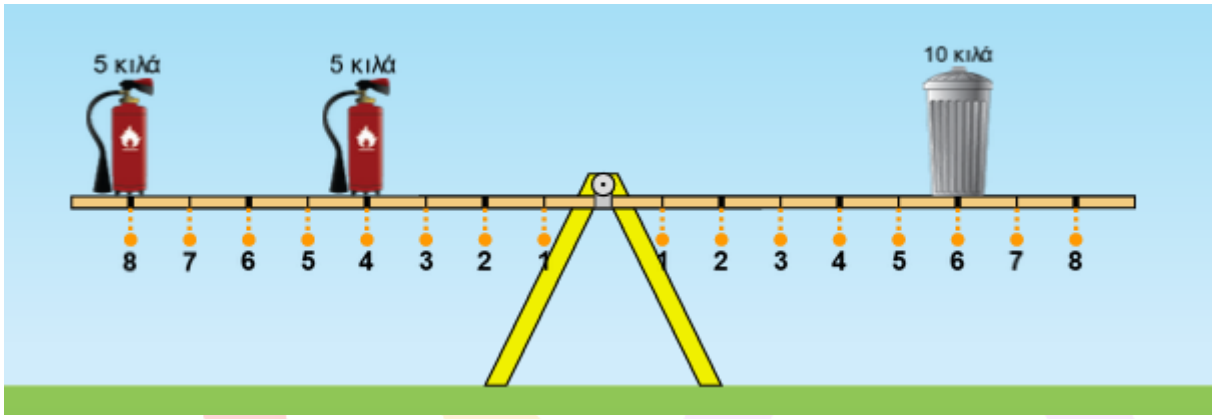
Μονάδες 9

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 2

2.1. Μία ομογενής ράβδος μήκους L και αμελητέας μάζας στηρίζεται στο κέντρο της από μία βάση, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Η ράβδος είναι χωρισμένη σε ίσα αριθμημένα τμήματα και έχει τη δυνατότητα να περιστρέφεται γύρω από άξονα που περνά από το κέντρο της. Πάνω της έχουν τοποθετηθεί δύο πυροσβεστήρες που ο καθένας έχει μάζα $m = 5\text{kg}$ και ένας κάδος με μάζα $M = 10\text{Kg}$. Αρχικά η ράβδος διατηρείται οριζόντια. Όταν αφεθεί ελεύθερη, τότε



(α) θα περιστραφεί δεξιόστροφα.

(β) θα περιστραφεί αριστερόστροφα.

(γ) θα παραμείνει οριζόντια.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Η εξίσωση απομάκρυνσης ενός απλού αρμονικού ταλαντωτή δίνεται από την σχέση

$$x = 0{,}1\eta\mu(4\pi t + \frac{\pi}{2}) \text{ (S.I.)}$$

Η μετατόπιση του ταλαντωτή από την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι την χρονική στιγμή $t_1 = 0{,}25s$ είναι

(α) $0{,}2\text{ m}$, **(β)** $-0{,}2\text{ m}$, **(γ)** 0 m

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 2

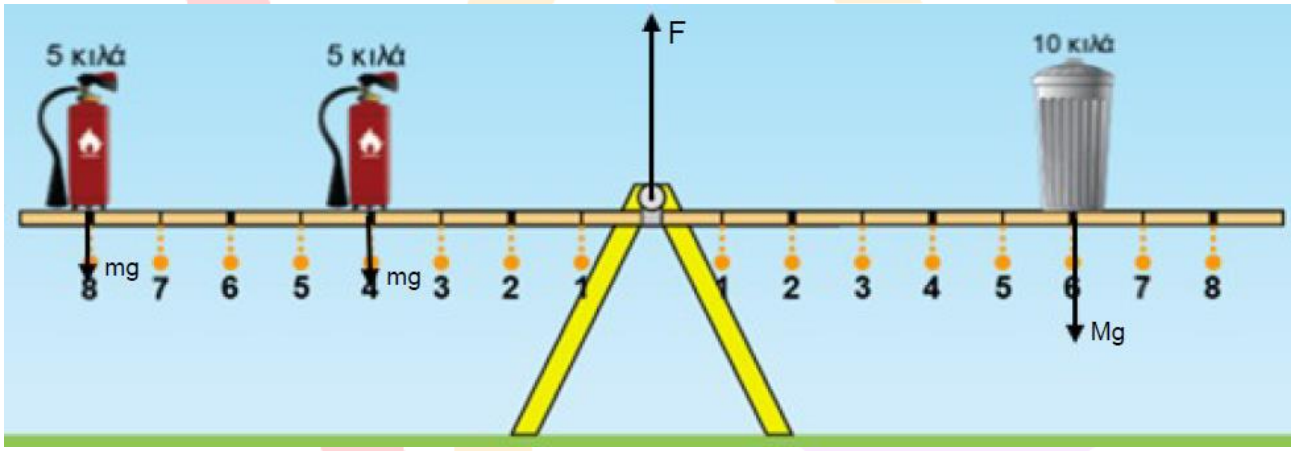
2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ).

Μονάδες 4

2.1.Β.

Για να προσδιορίσουμε την φορά περιστροφής της ράβδου θα υπολογίσουμε την συνολική ροπή που δέχεται ως προς το κέντρο της. Ορίζουμε ως θετική φορά την φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού και συμβολίζουμε το μήκος καθενός από τα ίσα τμήματα στα οποία είναι χωρισμένη η ράβδος με d. Ο μοχλοβραχίονας του βάρους του κάδου είναι 6d, του ενός πυροσβεστήρα 4d και του άλλου 8d. Η δύναμη F που δέχεται η ράβδος από τον άξονα δεν ασκεί ροπή ως προς το κέντρο της ράβδου γιατί ο μοχλοβραχίονάς της είναι μηδέν.



Έχουμε

$\Sigma\tau_{\kappa\acute{\varepsilon}\nu\tau\rho o} = Mg6d - mg4d - mg8d = 6Mgd - 12mgd$

Επειδή οι μάζες συνδέονται με την σχέση $M = 2m$ προκύπτει ότι

$$\Sigma\tau_{\kappa\acute{\varepsilon}\nu\tau\rho o} = 12mgd - 12mgd = 0$$

Άρα η ράβδος θα παραμείνει ακίνητη σε οριζόντια θέση.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β).

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η εξίσωση απομάκρυνσης του απλού αρμονικού ταλαντωτή $x = 0{,}1\eta\mu(4\pi t + \frac{\pi}{2})$ (S.I.) είναι αντίστοιχη με την γενική μορφή $x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$. Συγκρίνοντας τις δύο εξισώσεις προκύπτει ότι το πλάτος ταλάντωσης είναι $A = 0{,}1m$, η κυκλική συχνότητα είναι $\omega = 4\pi\frac{rad}{s}$ και η αρχική φάση ταλάντωσης είναι $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}rad$. Την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ο ταλαντωτής βρίσκεται στην θέση $x_0 = +0{,}1m$. Η περίοδος ταλάντωσης είναι

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{4\pi}s = 0{,}5s.$$

Το χρονικό διάστημα $\Delta t = t_1 - t_0 = 0{,}25s - 0s = 0{,}25s$ αντιστοιχεί σε διάστημα μισής περιόδου, οπότε την χρονική στιγμή t_1 ο ταλαντωτής θα βρίσκεται στην θέση $x_1 = -0{,}1m$. Άρα, στο χρονικό διάστημα $\Delta t = t_1 - t_0$, η μετατόπιση είναι

$$\Delta x = x_1 - x_0 = -0{,}1m - 0{,}1m = -0{,}2m$$

Μονάδες 9

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σε μία φθίνουσα ταλάντωση της οποίας το πλάτος μειώνεται εκθετικά με τον χρόνο σύμφωνα με την σχέση $A_\nu = A_0 e^{-\Lambda t}$, το αρχικό πλάτος του ταλαντωτή είναι $A_0 = 10\text{cm}$. Μετά από χρόνο μίας περιόδου το πλάτος είναι $A_1 = 8\text{cm}$. Αν περάσει χρονικό διάστημα μίας ακόμη περιόδου, τότε το πλάτος θα είναι

(α) $A_2 = 6\text{cm}$.

(β) $A_2 = 6{,}4\text{cm}$.

(γ) $A_2 = 4\text{cm}$.

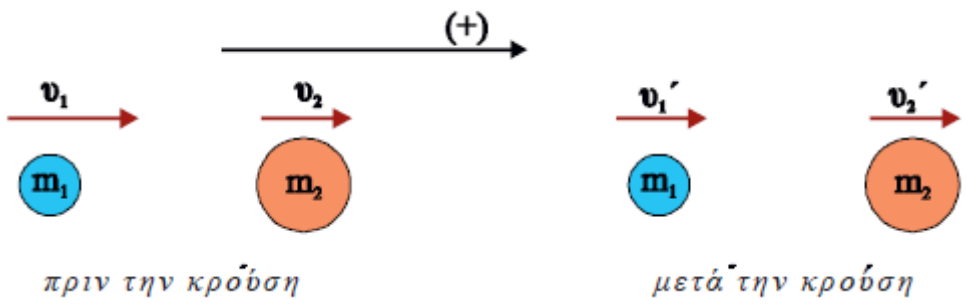
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο σφαίρες Σ_1 και Σ_2 με μάζες m_1 και $m_2 = 2m_1$ κινούνται με ταχύτητες μέτρου υ_1 και υ_2, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Οι σφαίρες συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά και μετά την κρούση έχουν ταχύτητες με μέτρα υ_1' και υ_2'.



Εάν γνωρίζουμε ότι $\upsilon_1 = 2\upsilon_2$, τότε ο λόγος $\frac{\upsilon_1'}{\upsilon_2'}$ των μέτρων των ταχυτήτων των σφαιρών μετά την κρούση είναι

(α) $\frac{\upsilon_1'}{\upsilon_2'} = \frac{2}{5}$, **(β)** $\frac{\upsilon_1'}{\upsilon_2'} = \frac{3}{4}$, **(γ)** $\frac{\upsilon_1'}{\upsilon_2'} = \frac{2}{3}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Είναι γνωστό ότι σε μία φθίνουσα ταλάντωση στην οποία το πλάτος ακολουθεί την σχέση $A = A_0 e^{-\Lambda t}$, με $t = NT$ και $N = 0,1,2,\ldots$ ο λόγος δύο διαδοχικών μέγιστων απομακρύνσεων προς την ίδια κατεύθυνση διατηρείται σταθερός, δηλαδή

$$\frac{A_0}{A_1} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{A_2}{A_3} = \text{σταθερό} \qquad (1)$$

Εδώ έχουμε $A_0 = 10\text{cm}$, $A_1 = 8\text{cm}$ και θέλουμε να βρούμε το πλάτος μετά από παρέλευση χρονικού διαστήματος ίσου με δύο περιόδους από την αρχή, δηλαδή το A_2. Από την σχέση (1) έχουμε

$$\frac{A_0}{A_1} = \frac{A_1}{A_2} \Longrightarrow A_2 = \frac{A_1^2}{A_0} = \frac{(8\text{cm})^2}{10\text{cm}} = 6{,}4\text{cm}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Σε αυτή την ελαστική κρούση οι ταχύτητες των σφαιρών μετά την κρούση δίνονται από τις σχέσεις

$$\upsilon_1' = \frac{(m_1 - m_2)\,\upsilon_1 + 2m_2\upsilon_2}{m_1 + m_2} \qquad (1)$$

$$\upsilon_2' = \frac{(m_2 - m_1)\,\upsilon_2 + 2m_1\upsilon_1}{m_1 + m_2} \qquad (2)$$

Με διαίρεση κατά μέλη ($\upsilon_2' \neq 0$) και αντικατάσταση των δεδομένων έχουμε:

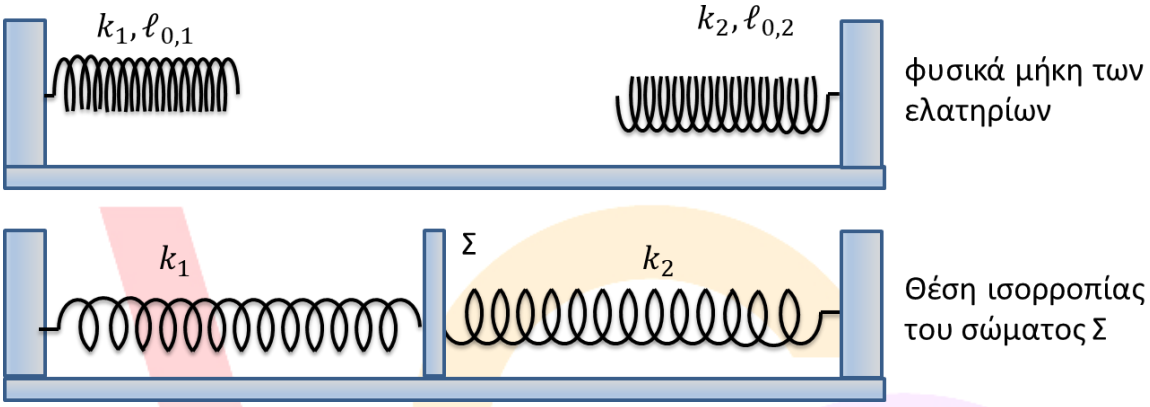
$$\frac{\upsilon_1'}{\upsilon_2'} = \frac{(m_1 - m_2)\,\upsilon_1 + 2m_2\upsilon_2}{(m_2 - m_1)\upsilon_2 + 2m_1\upsilon_1} = \frac{(m_1 - 2m_1)\,2\upsilon_2 + 2\cdot 2m_1\upsilon_2}{(2m_1 - m_1)\upsilon_2 + 2m_1\cdot 2\upsilon_2} = \frac{-2m_1\upsilon_2 + 4m_1\upsilon_2}{m_1\upsilon_2 + 4m_1\upsilon_2} = \frac{2m_1\upsilon_2}{5m_1\upsilon_2} = \frac{2}{5}$$

Μονάδες 9

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ένα σώμα Σ μάζας m βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και ισορροπεί δεμένο σε δύο οριζόντια ιδανικά ελατήρια με σταθερές k_1 και k_2 και φυσικά μήκη $\ell_{0,1}$ και $\ell_{0,2}$ αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Στη θέση ισορροπίας του σώματος το ελατήριο k_1 έχει επιμήκυνση $\Delta\ell_1$ και το ελατήριο k_2 έχει επιμήκυνση $\Delta\ell_2$. Εκτρέπουμε το σώμα Σ από τη θέση ισορροπίας του και το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί. Στη συνέχεια το σώμα θα εκτελέσει

(α) απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1+k_2}}$

(β) απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο $T = 2\pi\sqrt{\frac{k_1+k_2}{m}}$

(γ) φθίνουσα ταλάντωση με περίοδο $T = 2\pi\sqrt{\frac{(k_1+k_2)\cdot m}{k_1\cdot k_2}}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

νέο φροντιστήριο

2.2. Η πειραματική διάταξη της παρακάτω φωτογραφίας, όπου φαίνονται ένας μεταλλικός διάδρομος, δύο μεταλλικές σφαίρες διαφορετικών μαζών και δύο φωτοπύλες, χρησιμοποιείται για την πραγματοποίηση και τη μελέτη κρούσεων. Οι σφαίρες αφήνονται από διαφορετικά ύψη και η σύγκρουσή τους γίνεται στο οριζόντιο τμήμα του διαδρόμου. Με τη βοήθεια των φωτοπυλών και κατάλληλου λογισμικού μετριέται πειραματικά η ταχύτητα κάθε σφαίρας τόσο πριν όσο και μετά την κρούση τους. Σε ένα τέτοιο πείραμα οι σφαίρες Σ_1 και Σ_2 με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα κινήθηκαν ομόρροπα πάνω στο λείο οριζόντιο τμήμα του διαδρόμου και συγκρούστηκαν κεντρικά και ελαστικά. Οι πειραματικές μετρήσεις των ταχυτήτων χρησιμοποιήθηκαν για να καθοριστεί η σχέση που συνδέει τα μέτρα τους. Η σφαίρα Σ_1 έχει ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$

πριν την κρούση και $\vec{\upsilon}_1'$ μετά την κρούση. Η σφαίρα Σ_2 έχει ταχύτητα $\vec{\upsilon}_2$ πριν την κρούση και $\vec{\upsilon}_2'$ μετά την κρούση. Χρησιμοποιώντας τις θεμελιακές αρχές της φυσικής που διέπουν την κεντρική ελαστική κρούση να υπολογίσετε τη σχέση που συνδέει τα μέτρα των ταχυτήτων των σφαιρών.

Σύμφωνα με τους υπολογισμούς σας, η σχέση που συνδέει τα μέτρα των ταχυτήτων όταν μετρούνται πειραματικά είναι:

νέο φροντιστήριο

(α) $\upsilon_1 - \upsilon_2 = \upsilon_1' - \upsilon_2'$ **(β)** $\upsilon_1 - \upsilon_2 = \upsilon_2' - \upsilon_1'$ **(γ)** $\upsilon_1 \cdot \upsilon_2 = \upsilon_1' \cdot \upsilon_2'$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

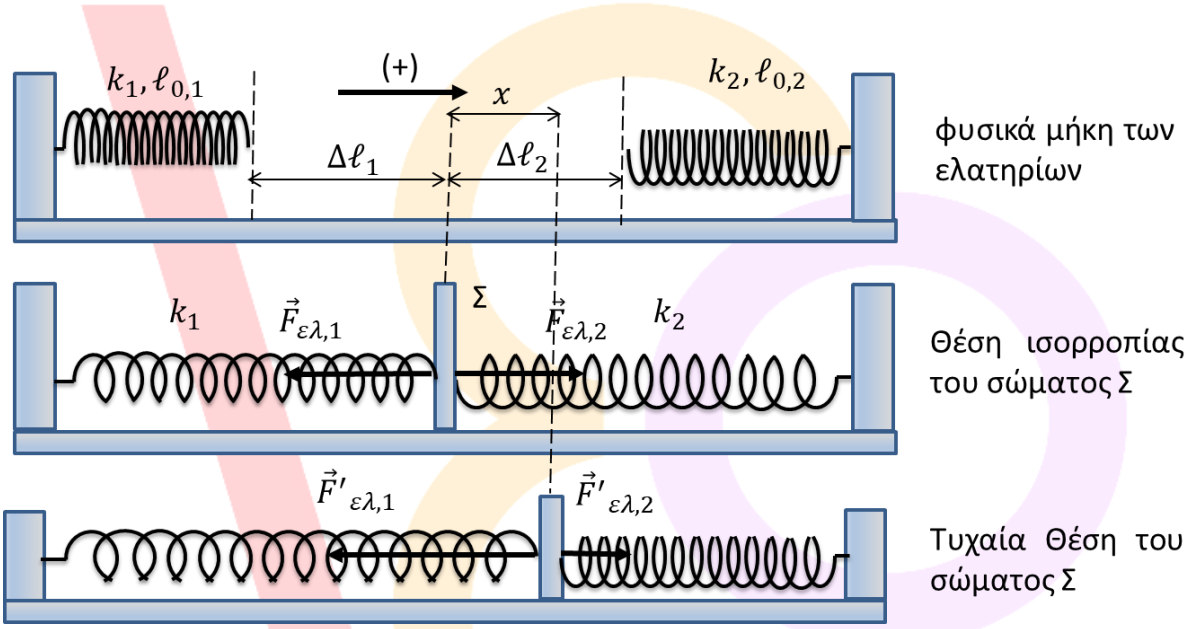
2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Έστω θετική η φορά προς τα δεξιά.

Στη θέση ισορροπίας οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα από τα δύο ελατήρια έχουν αντίθετες κατευθύνσεις και μέτρα $F_{\varepsilon\lambda,1} = k_1 \cdot \Delta\ell_1$ και $F_{\varepsilon\lambda,2} = k_2 \cdot \Delta\ell_2$ αντίστοιχα.



Το σώμα Σ ισορροπεί, επομένως:

$$\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda,2} - F_{\varepsilon\lambda,1} = 0 \Rightarrow k_2 \cdot \Delta\ell_2 - k_1 \cdot \Delta\ell_1 = 0 \quad (1)$$

Εκτρέπουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του, προς τα δεξιά και το αφήνουμε ελεύθερο. Όταν το σώμα βρίσκεται σε απομάκρυνση x το ελατήριο k_1 έχει επιμήκυνση:

$$\Delta\ell'_1 = \Delta\ell_1 + x$$

Χωρίς βλάβη της γενικότητας μπορούμε να θεωρήσουμε ότι και το ελατήριο k_2 έχει επιμήκυνση, οπότε:

$$\Delta\ell'_2 = \Delta\ell_2 - x$$

Στη θέση αυτή η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι ίση με:

$$\Sigma F = -F'_{\varepsilon\lambda,1} + F'_{\varepsilon\lambda,2} \Rightarrow \Sigma F = -k_1 \cdot \Delta\ell'_1 + k_2 \cdot \Delta\ell'_2 \Rightarrow \Sigma F = -k_1 \cdot (\Delta\ell_1 + x) + k_2 \cdot (\Delta\ell_2 - x) \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει ότι:

$$\Sigma F = -(k_1 + k_2) \cdot x \Rightarrow \Sigma F = -D \cdot x, \quad D = k_1 + k_2$$

Επομένως, η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι ανάλογη και ετερόσημη της απομάκρυνσης x. Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ
νέο φροντιστήριο

Μονάδες 8

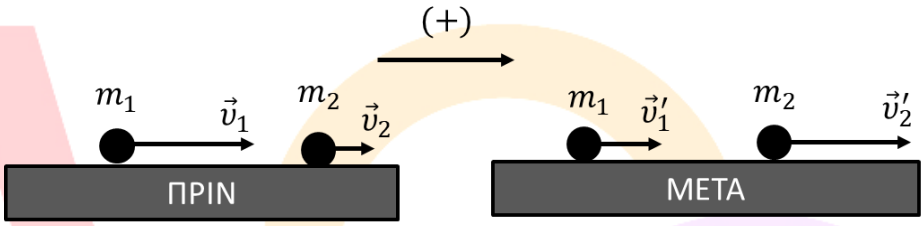
2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Κατά τη διάρκεια της κρούσης το σύστημα των σωμάτων είναι μονωμένο, οπότε εφαρμόζουμε Αρχή Διατήρησης της Ορμής.



$$\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\xi} = 0 \Rightarrow \vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 = m_1\vec{\upsilon}'_1 + m_2\vec{\upsilon}'_2$$

Επομένως,

$$m_1(\upsilon_1 - \upsilon'_1) = m_2(\upsilon'_2 - \upsilon_2) \ (1)$$

Η κρούση είναι ελαστική επομένως η κινητική ενέργεια του συστήματος πριν την κρούση είναι ίση με την κινητική του ενέργεια μετά την κρούση.

$$K_{\pi\rho\iota\nu} = K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 = \frac{1}{2}m_1\upsilon'^2_1 + \frac{1}{2}m_2\upsilon'^2_2 \Rightarrow m_1(\upsilon_1^2 - \upsilon'^2_1) = m_2(\upsilon'^2_2 - \upsilon_2^2) \ (2)$$

Η λύση $\upsilon_1 - \upsilon'_1 = 0 \ \ \kappa\alpha\iota \ \upsilon'_2 - \upsilon_2 = 0$ απορρίπτεται γιατί δεν προϋποθέτει κρούση. Συνεπώς, μπορούμε να διαιρέσουμε κατά μέλη τις σχέσεις (2) και (1), οπότε προκύπτει ότι:

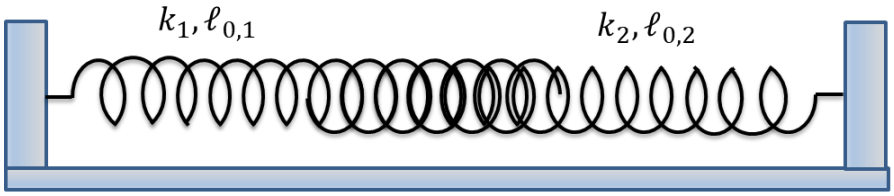
$$\upsilon_1 + \upsilon'_1 = \upsilon'_2 + \upsilon_2 \Rightarrow \upsilon_1 - \upsilon_2 = \upsilon'_2 - \upsilon'_1$$

Μονάδες 9

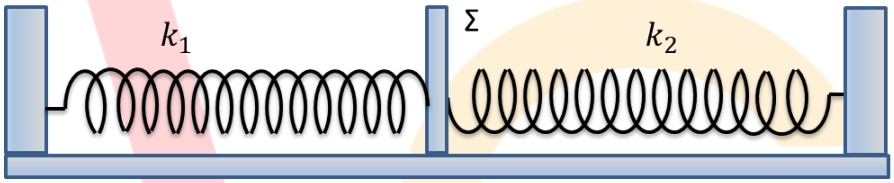
νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ένα σώμα Σ μάζας m βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και ισορροπεί δεμένο σε δύο οριζόντια ιδανικά ελατήρια με σταθερές k_1 και k_2 και φυσικά μήκη $\ell_{0,1}$ και $\ell_{0,2}$ αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



φυσικά μήκη των ελατηρίων



Θέση ισορροπίας του σώματος Σ

Στη θέση ισορροπίας του σώματος το ελατήριο k_1 έχει συσπείρωση $\Delta\ell_1$ και το ελατήριο k_2 έχει συσπείρωση $\Delta\ell_2$. Εκτρέπουμε το σώμα Σ από τη θέση ισορροπίας του και το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί. Στη συνέχεια το σώμα θα εκτελέσει

(α) απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1+k_2}}$

(β) απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο $T = 2\pi\sqrt{\frac{k_1+k_2}{m}}$

(γ) φθίνουσα ταλάντωση με περίοδο $T = 2\pi\sqrt{\frac{(k_1+k_2)\cdot m}{k_1\cdot k_2}}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Η πειραματική διάταξη της παρακάτω φωτογραφίας, όπου φαίνονται ένας μεταλλικός διάδρομος, δύο μεταλλικές σφαίρες διαφορετικών μαζών και δύο φωτοπύλες, χρησιμοποιείται για την πραγματοποίηση και τη μελέτη κρούσεων. Οι σφαίρες αφήνονται από διαφορετικά ύψη και η σύγκρουσή τους γίνεται στο οριζόντιο τμήμα του διαδρόμου. Με τη βοήθεια των φωτοπυλών και κατάλληλου λογισμικού μετριέται πειραματικά η ταχύτητα κάθε σφαίρας τόσο πριν όσο και μετά την κρούση τους. Σε ένα τέτοιο πείραμα οι σφαίρες Σ_1 και Σ_2 με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα κινήθηκαν αντίρροπα πάνω στο λείο οριζόντιο τμήμα του διαδρόμου και συγκρούστηκαν κεντρικά και ελαστικά. Οι πειραματικές μετρήσεις των ταχυτήτων χρησιμοποιήθηκαν για να καθοριστεί η σχέση που συνδέει τα μέτρα τους. Η σφαίρα Σ_1 έχει ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$ πριν την κρούση και $\vec{\upsilon}_1'$ μετά την κρούση. Η σφαίρα Σ_2 έχει ταχύτητα $\vec{\upsilon}_2$ πριν την κρούση και $\vec{\upsilon}_2'$ μετά την

κρούση. Χρησιμοποιώντας τις θεμελιακές αρχές της φυσικής που διέπουν την κεντρική ελαστική κρούση να υπολογίσετε τη σχέση που συνδέει τα μέτρα των ταχυτήτων των σφαιρών.

Σύμφωνα με τους υπολογισμούς σας, η σχέση που συνδέει τα μέτρα των ταχυτήτων όταν μετρούνται πειραματικά είναι:

(α) $\upsilon_1 - \upsilon_2 = \upsilon_1' - \upsilon_2'$

(β) $\upsilon_1 - \upsilon_2 = \upsilon_2' - \upsilon_1'$

(γ) $\upsilon_1 \cdot \upsilon_2 = \upsilon_1' \cdot \upsilon_2'$

νέο φροντιστήριο

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

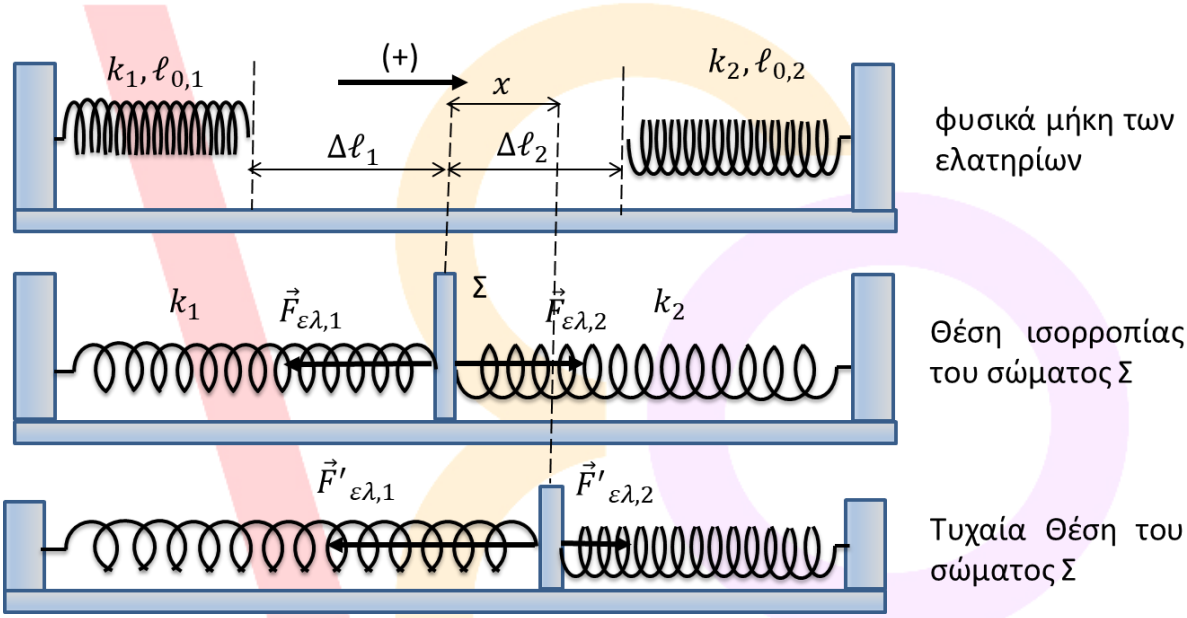
2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Έστω θετική η φορά προς τα δεξιά. Στη θέση ισορροπίας οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα από τα δύο ελατήρια έχουν αντίθετες κατευθύνσεις και μέτρα $F_{\varepsilon\lambda,1} = k_1 \cdot \Delta\ell_1$ και $F_{\varepsilon\lambda,2} = k_2 \cdot \Delta\ell_2$ αντίστοιχα, όπου $\Delta\ell_1$ είναι η συσπείρωση του ελατηρίου k_1 και $\Delta\ell_2$ η συσπείρωση του ελατηρίου k_2.



Το σώμα Σ ισορροπεί, επομένως:

$$\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda,1} - F_{\varepsilon\lambda,2} = 0 \Rightarrow k_1 \cdot \Delta\ell_1 - k_2 \cdot \Delta\ell_2 = 0 \quad (1)$$

Εκτρέπουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του, προς τα δεξιά και το αφήνουμε ελεύθερο. Όταν το σώμα βρίσκεται σε απομάκρυνση x το ελατήριο k_1 έχει συσπείρωση

$$\Delta\ell'_1 = \Delta\ell_1 - x.$$

Χωρίς βλάβη της γενικότητας μπορούμε να θεωρήσουμε ότι και το ελατήριο k_2 έχει συσπείρωση, οπότε:

$$\Delta\ell'_2 = \Delta\ell_2 + x.$$

Στη θέση αυτή η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι ίση με:

$$\Sigma F = -F'_{\varepsilon\lambda,2} + F'_{\varepsilon\lambda,1} \Rightarrow \Sigma F = -k_2 \cdot \Delta\ell'_2 + k_1 \cdot \Delta\ell'_1 \Rightarrow \Sigma F = -k_2 \cdot (\Delta\ell_2 + x) + k_1 \cdot (\Delta\ell_1 - x) \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει ότι:

$$\Sigma F = -(k_1 + k_2) \cdot x \Rightarrow \Sigma F = -D \cdot x, \quad D = k_1 + k_2$$

Επομένως, η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι ανάλογη και ετερόσημη της απομάκρυνσης x. Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ
νέο φροντιστήριο

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

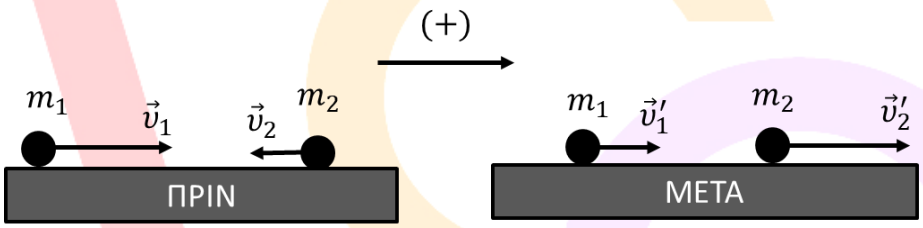
2.2.Β.

Κατά τη διάρκεια της κρούσης το σύστημα των σωμάτων είναι μονωμένο, οπότε εφαρμόζουμε Αρχή Διατήρησης της Ορμής.

$$\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\xi} = 0 \Rightarrow \vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 = m_1\vec{\upsilon}_1' + m_2\vec{\upsilon}_2'$$

Επομένως,

$$m_1(\upsilon_1 - \upsilon_1') = m_2(\upsilon_2' - \upsilon_2) \ (1)$$



Η κρούση είναι ελαστική επομένως η κινητική ενέργεια του συστήματος πριν την κρούση είναι ίση με την κινητική του ενέργεια μετά την κρούση.

$$K_{\pi\rho\iota\nu} = K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 = \frac{1}{2}m_1\upsilon'^2_1 + \frac{1}{2}m_2\upsilon'^2_2 \Rightarrow m_1(\upsilon_1^2 - \upsilon'^2_1) = m_2(\upsilon'^2_2 - \upsilon_2^2) \ (2)$$

Η λύση $\upsilon_1 - \upsilon_1' = 0 \ \ \kappa\alpha\iota \ \upsilon_2' - \upsilon_2 = 0$ απορρίπτεται γιατί δεν προϋποθέτει κρούση. Συνεπώς, μπορούμε να διαιρέσουμε κατά μέλη τις σχέσεις (2) και (1), οπότε προκύπτει ότι:

$$\upsilon_1 + \upsilon_1' = \upsilon_2' + \upsilon_2 \Rightarrow \upsilon_1 - \upsilon_2 = \upsilon_2' - \upsilon_1'$$

Μονάδες 9

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ένα σφαιρίδιο μάζας m_1, που κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σφαιρίδιο μάζας m_2. Αμέσως μετά την κρούση τα δύο σφαιρίδια έχουν αντίθετες ταχύτητες. Ο λόγος $\frac{m_2}{m_1}$ των μαζών των δύο σφαιριδίων είναι ίσος με:

(α) 2 **(β)** 3 **(γ)** 4

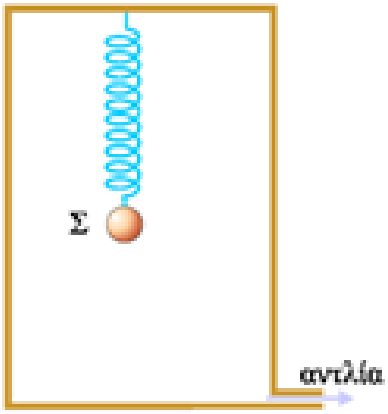
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

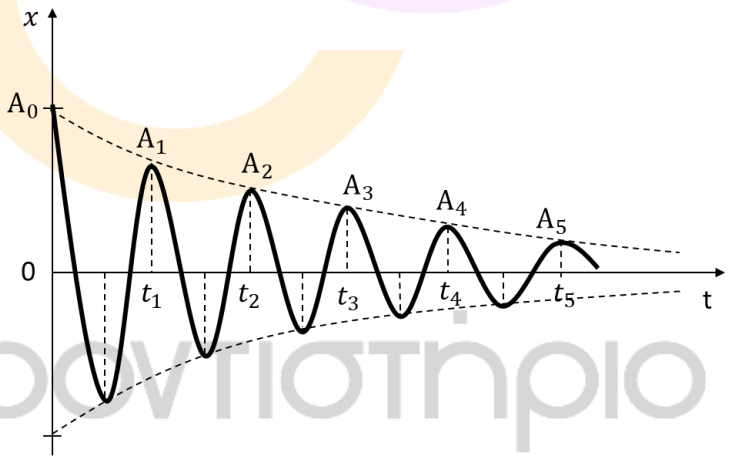
Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Με τη χρήση μιας αεραντλίας μειώνουμε πολύ αργά την πίεση του αέρα στο δοχείο του παρακάτω σχήματος. Η σφαίρα Σ είναι αναρτημένη σε ιδανικό ελατήριο. Αφού σταματήσουμε τη λειτουργία της αεραντλίας και σταθεροποιηθεί η πίεση στο δοχείο καταγράφουμε την απομάκρυνση της φθίνουσας ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα σε συνάρτηση με το χρόνο, όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα. Το πλάτος της φθίνουσας ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $A = A_0 \cdot e^{-\Lambda t}$. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 2s$ το πλάτος της ταλάντωσης είναι $A_1 = 4\ cm$ και τη χρονική στιγμή t_5 είναι $A_5 = 1\ cm$. Η σταθερά Λ είναι ίση με:





(α) $\Lambda = \frac{ln2}{2}\ s^{-1}$ **(β)** $\Lambda = \frac{ln2}{4}\ s^{-1}$ **(γ)** $\Lambda = \frac{ln2}{8}\ s^{-1}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Έστω υ_1' το μέτρο της ταχύτητας του σφαιριδίου μάζας m_1 και υ_2' το μέτρο της ταχύτητας του σφαιριδίου μάζας m_2 αμέσως μετά την κεντρική ελαστική κρούση. Το σφαιρίδιο μάζας m_2 είναι ακίνητο πρίν την κρούση, επομένως:

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1$$

και

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1$$

Οι ταχύτητες των σφαιριδίων μετά την κρούση είναι αντίθετες, δηλαδή:

$$\upsilon_1' = -\upsilon_2' \Rightarrow \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1 = -\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1 \Rightarrow m_1 - m_2 = -2m_1 \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = 3$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση είναι η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β. Από τη χρονική στιγμή μηδέν μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 το σύστημα έχει εκτελέσει μια πλήρη ταλάντωση, άρα $t_1 = T = 2s$, όπου T η περίοδος της φθίνουσας ταλάντωσης. Η περίοδος T παραμένει σταθερή ανεξάρτητη του πλάτους, επομένως $t_5 = 5T$.

Το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το χρόνο, επομένως

$$A_1 = A_0 \cdot e^{-\Lambda t_1} \text{ και } A_5 = A_0 \cdot e^{-\Lambda t_5}$$

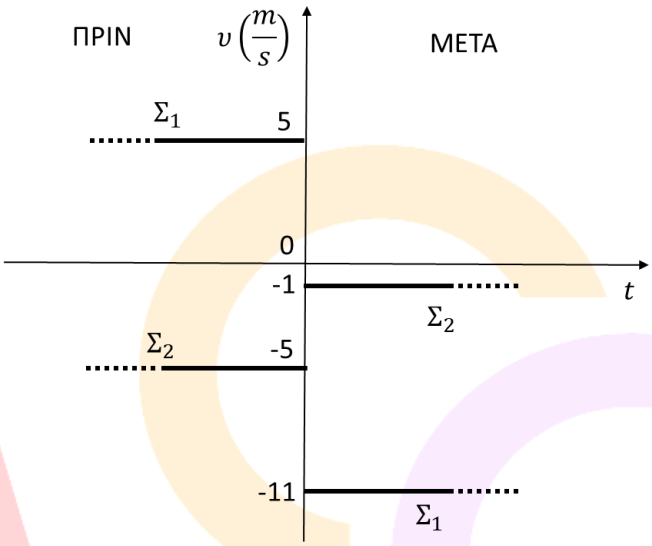
Διαιρώντας τις δύο σχέσεις κατά μέλη, έχουμε

$$\frac{A_1}{A_5} = \frac{A_0 \cdot e^{-\Lambda t_1}}{A_0 \cdot e^{-\Lambda t_5}} \Rightarrow 4 = e^{\Lambda 4T} \Rightarrow \Lambda 4T = 2ln2 \Rightarrow 8\Lambda = 2ln2 \Rightarrow \Lambda = \frac{ln2}{4}\ s^{-1}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα που κινούνται αντίρροπα πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο συγκρούονται μετωπικά. Το σώμα Σ_1 έχει ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$ πριν την κρούση και $\vec{\upsilon}_1'$ μετά την κρούση. Το σώμα Σ_2 έχει ταχύτητα $\vec{\upsilon}_2$ πριν την κρούση και $\vec{\upsilon}_2'$ μετά την κρούση. Οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των δύο σωμάτων φαίνονται στο παρακάτω διάγραμμα:



Με τη χρήση θεμελιακών αρχών που διέπουν τις κρούσεις να ελέγξετε αν η κρούση των δύο σφαιρών είναι:

(α) ελαστική **(β)** πλαστική **(γ)** ανελαστική αλλά μη πλαστική

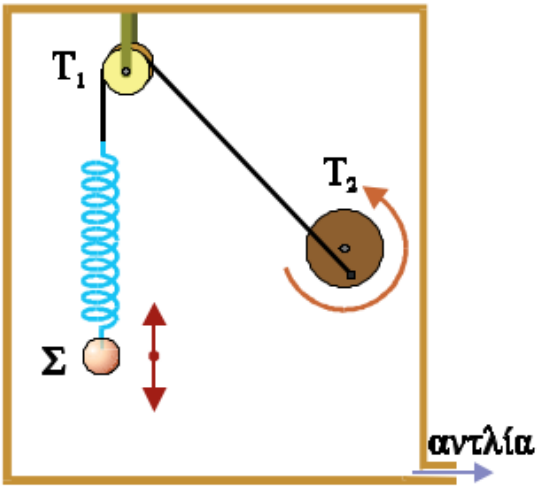
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Με τη διάταξη του παρακάτω σχήματος μπορούμε να παρατηρήσουμε τις αλλαγές στο πλάτος της



εξαναγκασμένης ταλάντωσης του συστήματος ελατήριο – μάζα καθώς μεταβάλλουμε την περίοδο $T_{\delta\iota\varepsilon\gamma}$ του περιστρεφόμενου τροχού T_2. Αρχικά η περίοδος του τροχού είναι πολύ μεγάλη, $T_{\delta\iota\varepsilon\gamma} \to \infty$. Μειώνουμε σταδιακά την περίοδο του τροχού μέχρι να πάρει πάρα πολύ μικρές τιμές, $T_{\delta\iota\varepsilon\gamma} \to 0$. Κατά τη διαδικασία αυτή το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης του συστήματος:

(α) αυξάνεται συνεχώς

(β) μειώνεται συνεχώς

(γ) αρχικά αυξάνεται, παίρνει μια μέγιστη τιμή και στη συνέχεια μειώνεται

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Από το διάγραμμα που μας δίνεται συμπεραίνουμε ότι: $\upsilon_1 = +5\frac{m}{s}$, $\upsilon_2 = -5\frac{m}{s}$, $\upsilon_1' = -11\frac{m}{s}$, $\upsilon_2' = -1\frac{m}{s}$

Η κρούση δεν είναι πλαστική γιατί οι ταχύτητες των σωμάτων μετά την κρούση είναι διαφορετικές.

Κατά την κρούση το σύστημα θεωρείται μονωμένο. Εφαρμόζουμε Αρχή Διατήρησης της ορμής.

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 = m_1\upsilon_1' + m_2\upsilon_2' \Rightarrow 5m_1 - 5m_2 = -11m_1 - m_2 \Rightarrow 4m_1 = m_2 \ (1)$$

Αν η κινητική ενέργεια του συστήματος πριν την κρούση, $K_{\pi\rho\iota\nu}$, είναι ίση με την κινητική ενέργεια του συστήματος μετά την κρούση, $K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}$, η κρούση είναι ελαστική. Σε αντίθετη περίπτωση η κρούση είναι ανελαστική.

$$K_{\pi\rho\iota\nu} = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 \Rightarrow K_{\pi\rho\iota\nu} = \frac{25}{2}m_1 + \frac{25}{2}m_2 \overset{(1)}{\Rightarrow} K_{\pi\rho\iota\nu} = \frac{125}{2}m_1 \ (SI) \quad (2)$$

$$K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 \Rightarrow K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = \frac{121}{2}m_1 + \frac{1}{2}m_2 \overset{(1)}{\Rightarrow} K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = \frac{125}{2}m_1 \ (SI) \quad (3)$$

Από τις σχέσεις (2) και (3) προκύπτει ότι η κρούση είναι ελαστική.

Μονάδες 8

2.2.

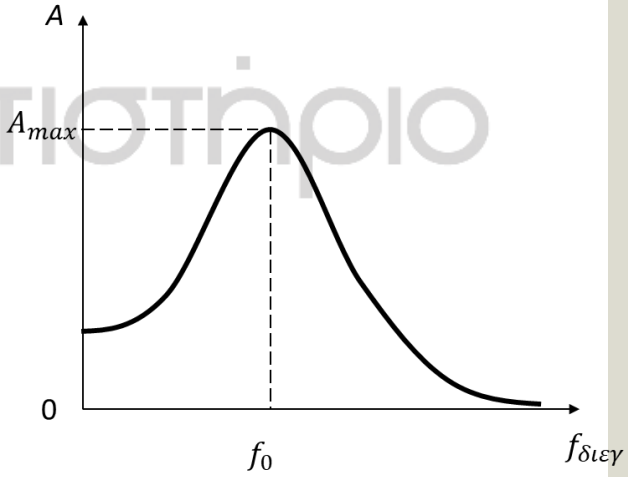
2.2.Α. Σωστή απάντηση είναι η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β. Η συχνότητα του τροχού-διεγέρτη είναι αντίστροφα ανάλογη της περιόδου του, $f_{\delta\iota\varepsilon\gamma} = \frac{1}{T_{\delta\iota\varepsilon\gamma}}$. Όταν η περίοδος του διεγέρτη είναι πολύ μεγάλη, $T_{\delta\iota\varepsilon\gamma} \to \infty$, η συχνότητά του $f_{\delta\iota\varepsilon\gamma} \to 0$. Μειώνοντας σταδιακά την περίοδο του διεγέρτη μέχρι να πάρει πάρα πολύ μικρές τιμές, $T_{\delta\iota\varepsilon\gamma} \to 0$, η συχνότητά του αυξάνεται σταδιακά προς πολύ μεγάλες τιμές και τελικά $f_{\delta\iota\varepsilon\gamma} \to \infty$.

Το σύστημα έχει ιδιοσυχνότητα f_0 και εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με τη συχνότητα του διεγέρτη. Καθώς η συχνότητα του διεγέρτη αυξάνεται, το πλάτος Α της ταλάντωσης αυξάνεται, παίρνει τη μέγιστη τιμή για $f_{\delta\iota\varepsilon\gamma} = f_0$, ενώ στη συνέχεια το πλάτος μειώνεται τείνοντας ασυμπτωτικά στο μηδέν.

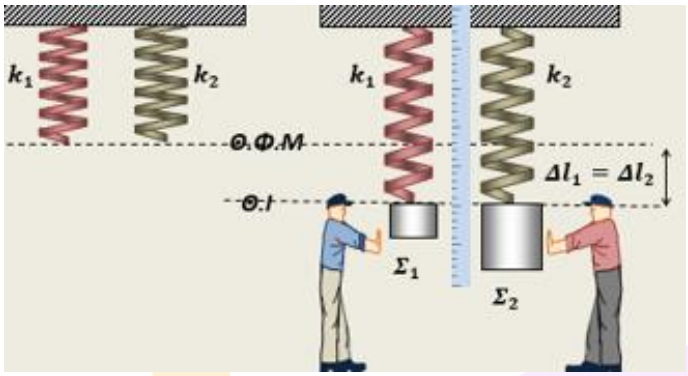
Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η μεταβολή του πλάτους με τη συχνότητα του διεγέρτη.



Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σε ένα υποθετικό πείραμα, κρεμάσαμε κατακόρυφα δύο διαφορετικά ιδανικά ελατήρια που έχουν το ίδιο φυσικό μήκος, στερεώνοντας το πάνω άκρο τους στο ίδιο οριζόντιο, ακλόνητο επίπεδο. Στο ένα ελατήριο σταθεράς k_1, κρεμάσαμε ένα σώμα Σ_1 μάζας m_1 και φροντίσαμε να ισορροπεί ακίνητο. Στο άλλο ελατήριο σταθεράς k_2, κρεμάσαμε άλλο σώμα Σ_2, μάζας m_2 και φροντίσαμε να ισορροπεί και αυτό ακίνητο. Μετρήσαμε ότι καθώς τα δύο σώματα ισορροπούν, έχουν προκαλέσει ίσες επιμηκύνσεις στα δύο ελατήρια ($\Delta l_1 = \Delta l_2$), όπως στο σχήμα.



Εκτρέπουμε και τα δύο συστήματα από την κατάσταση ισορροπίας, τραβώντας κατακόρυφα προς τα κάτω το σώμα κάθε συστήματος και κάποια στιγμή το αφήνουμε ελεύθερο να ταλαντώνεται. Για το χρονικό διάστημα των παρατηρήσεων, μπορούμε να αγνοήσουμε τις αντιστάσεις του αέρα, με αποτέλεσμα κάθε σύστημα να εκτελεί κατακόρυφη απλή αρμονική ταλάντωση, με σταθερά επαναφοράς την σταθερά του ελατηρίου. Μετρώντας το χρόνο για ένα πλήθος ταλαντώσεων κάθε συστήματος, μπορούμε να υπολογίσουμε τη συχνότητα ταλάντωσης. Για τις συχνότητες f_1, f_2 των συστημάτων (1) και (2) αντίστοιχα, θα προκύψει η σχέση:

(α) $\frac{f_1}{f_2} = 1$ **(β)** $\frac{f_1}{f_2} = 4$ **(γ)** $\frac{f_1}{f_2} = \frac{1}{4}$

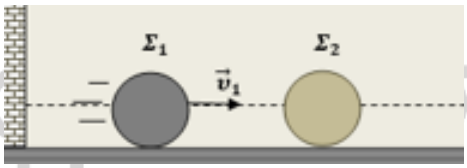
2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο σφαίρες Σ_1, Σ_2, με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα, είναι αρχικά ακίνητες σε λείο οριζόντιο, ακλόνητο δάπεδο, έτσι ώστε τα κέντρα τους να ορίζουν μια οριζόντια ευθεία κάθετη σε κατακόρυφο τοίχο. Εκτοξεύουμε τη σφαίρα Σ_1 με οριζόντια ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$, τέτοια ώστε να πλησιάζει τη σφαίρα Σ_2 και να απομακρύνεται από τον τοίχο όπως στην εικόνα.



Η κρούση μεταξύ των δύο σφαιρών είναι κεντρική και ελαστική και η Σ_1 μετά την κρούση της με τη Σ_2 συγκρούεται με τον τοίχο, με κρούση επίσης ελαστική. Αν δίνεται ότι οι δύο σφαίρες δεν θα συγκρουστούν για δεύτερη φορά, τότε για τις μάζες τους είναι δυνατόν να ισχύει η σχέση:

(α) $m_2 = m_1$ **(β)** $m_2 = 2 \cdot m_1$ **(γ)** $m_2 = 4 \cdot m_1$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

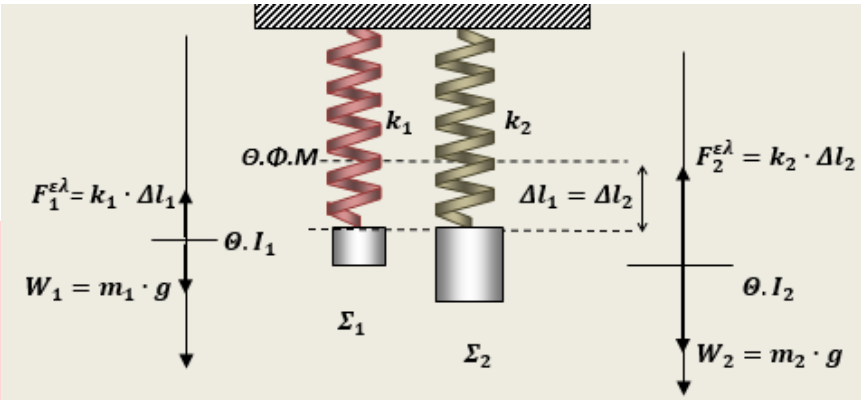
ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β. Στη θέση ισορροπίας κάθε σώματος, το βάρος του εξουδετερώνεται από τη δύναμη του ελατηρίου.



Κάνοντας τα ελεύθερα διαγράμματα δυνάμεων (σχήμα), εφαρμόζουμε συνθήκες ισορροπίας δυνάμεων στα δύο συστήματα και με τη βοήθεια του νόμου Hooke, προκύπτουν οι σχέσεις:

Σύστημα (1): $\Sigma F = 0, \quad m_1 \cdot g = k_1 \cdot \Delta l_1$ (1)

Σύστημα (2): $\Sigma F = 0, \quad m_2 \cdot g = k_2 \cdot \Delta l_2$ (2)

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2), έχουμε: $\frac{m_1 \cdot g}{m_2 \cdot g} = \frac{k_1 \cdot \Delta l_1}{k_2 \cdot \Delta l_2}$ (3)

Αλλά έχει δοθεί ότι ισχύει η σχέση: $\Delta l_1 = \Delta l_2$

Τελικά από την (3), προκύπτει η σχέση: $\frac{k_1}{m_1} = \frac{k_2}{m_2}$ (4)

Έτσι για τις συχνότητες των δύο ταλαντώσεων, ισχύουν:

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} \quad \text{και} \quad f_2 = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k_2}{m_2}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k_1}{m_1}}$$

Τελικά είναι $f_1 = f_2$

Μονάδες 8

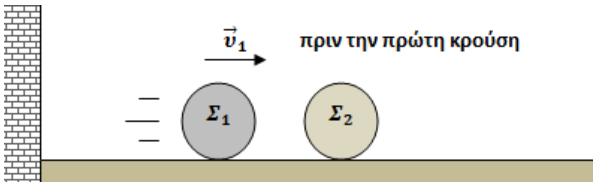
2.2.

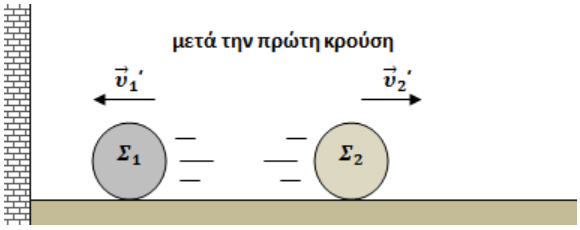
2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Αρχικά συμβαίνει μια κεντρική ελαστική κρούση της σφαίρας Σ_1 με την ακίνητη σφαίρα Σ_2.





Για τις τιμές των ταχυτήτων των δύο σφαιρών μετά την μεταξύ τους κρούση, ισχύουν οι σχέσεις:

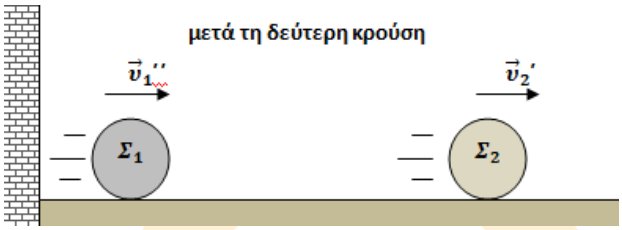
$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1 \qquad (1)$$

$$\upsilon_2{}' = \frac{2\cdot m_1}{m_1+m_2}\cdot \upsilon_1 \qquad (2)$$

Επειδή η σφαίρα Σ_1 μετά την πρώτη κρούση κινείται αντίθετα από την αρχική της φορά κίνησης, ώστε να συγκρουστεί με τον τοίχο, πρέπει οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων της $\upsilon_1, \upsilon_1{}'$, πριν και μετά την κρούση αντίστοιχα, να είναι ετερόσημες και αυτό, με βάση την εξίσωση (1), συμβαίνει αν ισχύει για τις μάζες των δύο σφαιρών, η σχέση:

$$\boldsymbol{m_1 < m_2} \qquad \textbf{(3)}$$

Μετά την ελαστική κρούση της σφαίρας Σ_1 με τον ακίνητο κατακόρυφο τοίχο, η ταχύτητά της $\upsilon_1{}''$ γίνεται αντίθετη αυτής που είχε πριν την κρούση της, μαζί του.



Δηλαδή για τις τιμές ταχυτήτων $\upsilon_1{}', \upsilon_1{}''$, των ταχυτήτων της σφαίρας Σ_1, πριν και μετά την κρούση της με τον τοίχο, ισχύει η σχέση:

$$\upsilon_1{}'' = -\upsilon_1{}' = -\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\cdot \upsilon_1 = \frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}\cdot \upsilon_1 \qquad (4)$$

Μετά την κρούση της σφαίρας Σ_1 με τον τοίχο, οι δύο σφαίρες κινούνται πλέον ομόρροπα, όπως φαίνεται και στο σχήμα. Για να μην συγκρουστούν ξανά μεταξύ τους, αρκεί η σφαίρα Σ_2, να κινείται πιο γρήγορα από τη Σ_1. Αυτό σημαίνει να είναι η ταχύτητά της κατά μέτρο μεγαλύτερη από της Σ_1.
Δηλαδή πρέπει:

$$|\upsilon_2{}'| \geq |\upsilon_1{}''|$$

ή με τη βοήθεια των (2) και (4): $\left|\frac{2\cdot m_1}{m_1+m_2}\cdot \upsilon_1\right| \geq \left|\frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}\cdot \upsilon_1\right|$

και επειδή είναι $m_2 - m_1 > 0$, εξαιτίας της (3), πρέπει τελικά

$$\frac{2\cdot m_1}{m_1+m_2} \geq \frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}$$

ή $2\cdot m_1 \geq m_2 - m_1$

και τελικά πρέπει: $\boldsymbol{3\cdot m_1 \geq m_2}$ **(5)**

Συνδυάζοντας τελικά τις (3) και (5), πρέπει να ισχύει για τις μάζες των δύο σφαιρών:

$$\boldsymbol{m_1 < m_2 \leq 3\cdot m_1}$$

Αυτή η συνθήκη ικανοποιείται από τις μάζες της απάντησης β.

Μονάδες 9

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 2

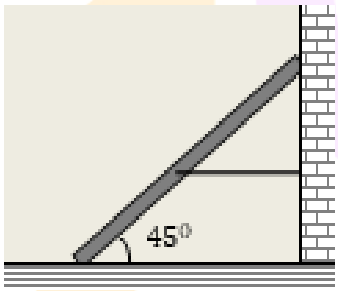
2.1. Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με κυκλική συχνότητα ω, περίοδο T και πλάτος A. Κάθε οριζόντια τετράδα του πίνακα που ακολουθεί μας δίνει τη φάση (φ) της ταλάντωσης, την τιμή της απομάκρυνσης (x) από τη θέση ισορροπίας του και την τιμή της ταχύτητας (υ) του υλικού σημείου, σε μια χρονική στιγμή (t), σε συνάρτηση με τις τιμές ω, A, T, των δεδομένων μεγεθών.

$\varphi(rad)$	x	υ	t
	$+A$		0
			$\frac{T}{4}$
$\frac{3\pi}{2}$			

Να συμπληρώσετε τα κενά του πίνακα, αιτιολογώντας τις απαντήσεις σας.

Μονάδες 12

2.2. Ομογενής και ισοπαχής ράβδος έχει μήκος l και βάρος W. Η ράβδος ισορροπεί ακίνητη, καθώς στηρίζεται στο πάνω άκρο της σε λείο κατακόρυφο τοίχο, στο κάτω άκρο της σε λείο οριζόντιο δάπεδο και στο μέσον της έχει δεθεί το ένα άκρο αβαρούς και μη ελαστικού νήματος, το άλλο άκρο του οποίου δένεται στον κατακόρυφο τοίχο, έτσι ώστε το νήμα να είναι τεντωμένο και οριζόντιο, όπως στο σχήμα. Στη θέση αυτή, η ράβδος σχηματίζει γωνία 45° με το οριζόντιο δάπεδο. (Δίνεται $\eta\mu 45^o = \sigma\upsilon\nu 45^o$).



Για το μέτρο T της τάσης του νήματος που δέχεται η ράβδος από το νήμα ισχύει η σχέση:

(α) $T = \frac{W}{2}$, **(β)** $T = w$, **(γ)** $T = \frac{W}{4}$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή σχέση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 2

2.1. Στην απλή αρμονική ταλάντωση του υλικού σημείου, η απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας του και η ταχύτητά του σε συνάρτηση με το χρόνο, υπολογίζονται από τις εξισώσεις:

$$x = A \cdot ημ(\omega \cdot t + \varphi_0) \qquad (1)$$
$$\upsilon = \omega \cdot A \cdot συν(\omega \cdot t + \varphi_0) \qquad (2)$$

- Από τις δεδομένες τιμές του πίνακα φαίνεται ότι τη στιγμή $t_0 = 0$, το υλικό σημείο βρίσκεται στη θέση $x_0 = +A$. Από την εξίσωση (1) για $t_0 = 0$, προκύπτει:

$x_0 = A \cdot ημφ_0 = A$, ή $ημφ_0 = 1$, ενώ για τις τιμές της αρχικής φάσης ισχύει $0 \le \varphi_0 < 2\pi$

Οπότε τελικά προκύπτει $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}\ rad$

- Έτσι η ταχύτητα του υλικού σημείου τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, με τη βοήθεια της εξίσωσης (2), προκύπτει: $\upsilon_0 = \omega \cdot A \cdot συν\frac{\pi}{2} = 0$.
- Τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{T}{4}$, η φάση ταλάντωσης του υλικού σημείου, προκύπτει:

$$\varphi_1 = \omega \cdot t_1 + \varphi_0 = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4} + \frac{\pi}{2} = \pi\ rad$$

- Με τη βοήθεια των εξισώσεων (1) και (2), για τη στιγμή $t_1 = \frac{T}{4}$, η απομάκρυνση του υλικού σημείου από τη θέση ισορροπίας του και η ταχύτητά του προκύπτουν:

$$x_1 = A \cdot ημπ = 0$$
$$\upsilon_1 = \omega \cdot A \cdot συνπ = -\omega \cdot A$$

$\varphi(rad)$	x	υ	t
$\frac{\pi}{2}$	$+A$	0	0
π	0	$-\omega \cdot A$	$\frac{T}{4}$
$\frac{3\pi}{2}$	$-A$	0	$\frac{T}{2}$

- Όταν η φάση ταλάντωσης είναι $\varphi_2 = \frac{3\pi}{2}$, ισχύει:

$$\omega \cdot t_2 + \varphi_0 = \frac{3\pi}{2}$$
$$\frac{2\pi}{T} \cdot t_2 + \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{2}, \qquad \frac{2\pi}{T} \cdot t_2 = \frac{2\pi}{2}, \qquad t_2 = \frac{T}{2}$$

- Τότε η απομάκρυνση και η ταχύτητα του υλικού σημείου, προκύπτουν:

$$x_2 = A \cdot ημ\frac{3\pi}{2} = -A, \quad \upsilon_2 = \omega \cdot A \cdot συν\frac{3\pi}{2} = 0$$

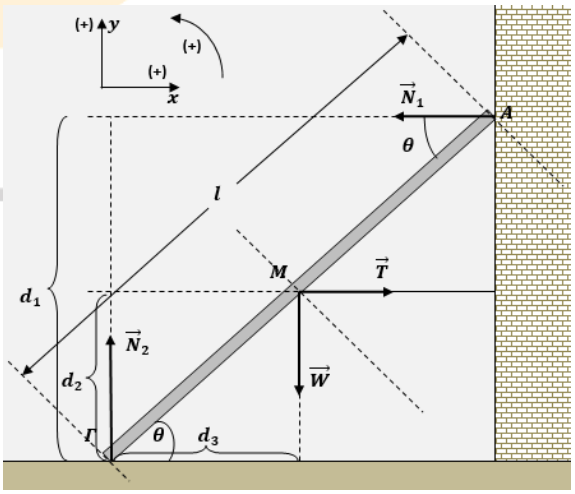
Με τις τιμές που βρήκαμε, συμπληρώνουμε τον πίνακα.

Μονάδες 12

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β) **Μονάδες 4**

2.2.Β. Η ράβδος $(AΓ)$, στηρίζεται στο άκρο της A στον κατακόρυφο τοίχο και επειδή είναι λείος, δέχεται από αυτόν κάθετη δύναμη στήριξης $\vec{N}_1$, αφού δεν δημιουργείται τριβή. Επειδή η ράβδος είναι ομογενής και ισοπαχής, το κέντρο μάζας της είναι στο μέσον της M, όπου ασκείται σε αυτή η έλξη της Γης, δηλαδή το βάρος της $\vec{w}$. Στο μέσον M επίσης η ράβδος δέχεται από το νήμα οριζόντια δύναμη $\vec{T}$ (τάση νήματος), με κατεύθυνση, από τη ράβδο προς το νήμα. Η ράβδος στηρίζεται στο οριζόντιο δάπεδο, στο άκρο της Γ και επειδή είναι λείο, δέχεται από αυτό κατακόρυφη δύναμη στήριξης $\vec{N}_2$, αφού δεν υπάρχει τριβή. Δηλαδή η ράβδος ισορροπεί ακίνητη με την επίδραση των οριζόντιων και κατακόρυφων δυνάμεων που φαίνονται στο σχήμα.



Με δηλωμένες θετικές φορές στο σχήμα, εφαρμόζουμε συνθήκη ισορροπίας δυνάμεων κατά άξονες και έχουμε:

$$\Sigma F_x = 0, \quad T - N_1 = 0, \quad T = N_1 \qquad (1)$$

$$\Sigma F_y = 0, \quad N_2 - w = 0, \quad N_2 = w \qquad (2)$$

Με θετική φορά των ροπών που τείνουν να περιστρέψουν τη ράβδο αντίθετα από τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού, όπως δηλώνεται και στο σχήμα, εφαρμόζουμε ισορροπία ροπών ως προς νοητό άξονα στο άκρο Γ της ράβδου:

$$\Sigma\tau_\Gamma = 0, \quad N_1 \cdot d_1 - T \cdot d_2 - w \cdot d_3 = 0 \qquad (3)$$

Με τη βοήθεια της τριγωνομετρίας στα ορθογώνια τρίγωνα του σχήματος, προκύπτουν οι σχέσεις:

$$d_1 = l \cdot \eta\mu 45^0 \quad , \quad d_2 = \frac{l}{2} \cdot \eta\mu 45^o \quad , \quad d_3 = \frac{l}{2} \cdot \sigma\upsilon\nu 45^o$$

Αντικαθιστώντας τις σχέσεις αυτές στην εξίσωση (3), έχουμε:

$$N_1 \cdot l \cdot \eta\mu 45^o = T \cdot \frac{l}{2} \cdot \eta\mu 45^o + w \cdot \frac{l}{2} \cdot \sigma\upsilon\nu 45^o$$

Επειδή ισχύει $\eta\mu 45^o = \sigma\upsilon\nu 45^0$, από την προηγούμενη εξίσωση, προκύπτει:

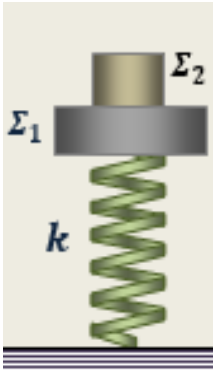
$N_1 = \frac{T}{2} + \frac{w}{2}$, η οποία, λόγω της (1), δίνει την $T - \frac{T}{2} = \frac{w}{2}$ και τελικά:

$$\boldsymbol{T = w}$$

Μονάδες 9

ΑΠΑΝΤΗΣΗ
νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 2



2.1. Ένα σώμα Σ_1, μάζας m_1, είναι δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k, το κάτω άκρο του οποίου είναι σταθερά στερεωμένο σε οριζόντιο δάπεδο. Πάνω στο σώμα Σ_1 είναι τοποθετημένο άλλο σώμα Σ_2μάζας m_2 και αρχικά το σύστημα ισορροπεί με τα σώματα ακίνητα και το ελατήριο κατακόρυφο και συσπειρωμένο σε σχέση με το φυσικό του μήκος. Για τις μάζες των δύο σωμάτων ισχύει η σχέση $m_1 = 2 \cdot m_2$.

Κάποια στιγμή αφαιρέσαμε το σώμα Σ_2, με αποτέλεσμα το υπόλοιπο σύστημα να αρχίσει να ταλαντώνεται και οι αντιστάσεις του αέρα να είναι ασήμαντες. Τη στιγμή ακριβώς που αφαιρέθηκε το σώμα Σ_2, ο λόγος $\frac{U_{\varepsilon\lambda.}}{U_{\tau\alpha\lambda.}}$, της δυναμικής ενέργειας εξαιτίας του παραμορφωμένου ελατηρίου, προς τη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης είναι ίσος με:

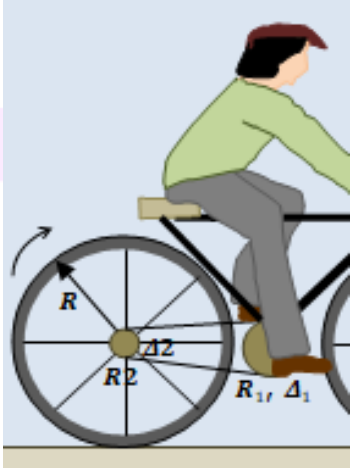
(α) 1 , **(β)** 4 , **(γ)** 9

2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8



2.2. Σε ένα ποδήλατο ο δίσκος των πεντάλ (Δ_1), τον οποίο περιστρέφουμε με τα πόδια μας, έχει ακτίνα R_1 και συνδέεται, με τεντωμένη αλυσίδα στην περιφέρειά του, με ένα μικρότερο δίσκο (Δ_2) ακτίνας R_2, ο οποίος περιστρέφει τον πίσω τροχό και περιστρέφεται μαζί του, γύρω από τον ίδιο άξονα στο κέντρο τους. Οι τροχοί του ποδηλάτου έχουν ίσες ακτίνες R και ισχύει η σχέση $R = 10 \cdot R_2$.

Αν κάνουμε ποδήλατο και κινούμαστε σε μια ευθεία ενός ποδηλατόδρομου, με τους τροχούς να κυλούν χωρίς να ολισθαίνουν, τότε όταν έχουμε περιστρέψει κατά N πλήρεις περιστροφές το δίσκο των πεντάλ, θα έχουμε διανύσει με το ποδήλατό μας, διάστημα S, για το οποίο ισχύει:

(α) $S = 2 \cdot N \cdot \pi \cdot R_1$, **(β)** $S = 20 \cdot N \cdot \pi \cdot R_1$, **(γ)** $S = 10 \cdot N \cdot \pi \cdot R_1$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

νέο φροντιστήριο

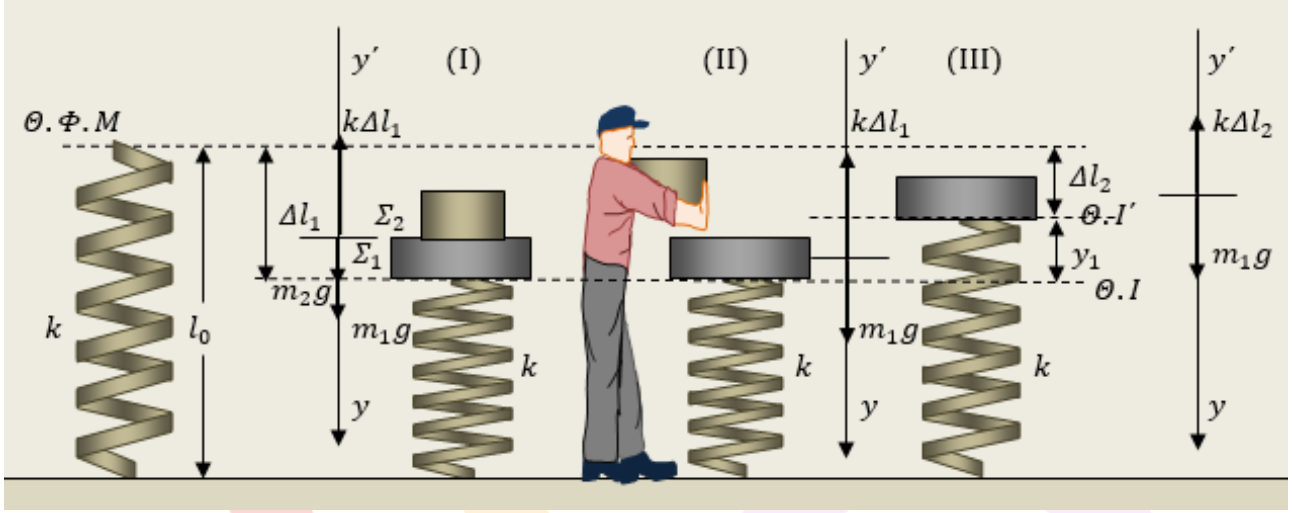
ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.



Αρχικά το σύστημα των δύο σωμάτων ισορροπεί σε θέση όπου το ελατήριο είναι συσπειρωμένο τόσο, ώστε με την κατακόρυφη προς τα πάνω δύναμη που ασκεί, να εξουδετερώνει τα βάρη των δύο σωμάτων ($\Theta.I$). Κάνουμε ένα ελεύθερο διάγραμμα δυνάμεων στην κατακόρυφη διεύθυνση $y'y$ και εφαρμόζουμε συνθήκη ισορροπίας:

$$\Sigma F_{\Theta.I} = 0, \qquad m_1 \cdot g + m_2 \cdot g - k \cdot \Delta l_1 = 0, \qquad k \cdot \Delta l_1 = (m_1 + m_2) \cdot g \qquad (1)$$

Οπότε προκύπτει $$\Delta l_1 = \frac{(m_1+m_2)\cdot g}{k} = \frac{3\cdot m_2 \cdot g}{k} \qquad (2)$$

Όταν αφαιρέσαμε το σώμα Σ_2, το σύστημα δεν βρίσκεται πλέον σε κατάσταση ισορροπίας. Το σώμα Σ_1, βρίσκεται αυτή τη στιγμή κάτω από τη δική του θέση ισορροπίας ($\Theta.I'$) κατά y_1.

Στη νέα θέση ισορροπίας ($\Theta.I'$) του σώματος Σ_1, με τη βοήθεια ελεύθερου διαγράμματος δυνάμεων, εφαρμόζουμε συνθήκη ισορροπίας:

$$\Sigma F_{\Theta.I'} = 0, \qquad m_1 \cdot g - k \cdot \Delta l_2 = 0, \qquad k \cdot \Delta l_2 = m_1 \cdot g \qquad (3)$$

Οπότε προκύπτει $$\Delta l_2 = \frac{m_1 \cdot g}{k} = \frac{2\cdot m_2 \cdot g}{k} = \frac{2}{3} \cdot \Delta l_1 \qquad (4)$$

Με τη βοήθεια ελεύθερου διαγράμματος δυνάμεων που δέχεται το σώμα Σ_1, στη θέση όπου αφαιρέσαμε το Σ_2, έχουμε:

$$\Sigma F = m_1 \cdot g - k \cdot \Delta l_1 = k \cdot \Delta l_2 - k \cdot \Delta l_1 = -k \cdot y_1$$

Δείξαμε ότι το σώμα Σ_1 που απομένει μόνο του πάνω στο ελατήριο, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σταθεράς k. Ο ζητούμενος λόγος τη στιγμή που αφαιρέσαμε το Σ_2, είναι:

$$\frac{U_{\varepsilon\lambda}}{U_{\tau\alpha\lambda}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot k \cdot \Delta l_1^2}{\frac{1}{2} \cdot k \cdot y_1^2} = \frac{\Delta l_1^2}{(\Delta l_1 - \Delta l_2)^2} = \frac{\Delta l_1^2}{(\Delta l_1 - \frac{2}{3}\Delta l_1)^2} = 9$$

Μονάδες 8

ΑΠΑΝΤΗΣΗ
νεο φροντιστηριο

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β).

Μονάδες 4

2.2.Β. Οι τροχοί κυλίονται χωρίς να ολισθαίνουν στο δάπεδο, με αποτέλεσμα το διάστημα S_π που διανύει το ποδήλατο να είναι ίσο με το τόξο $S_{\tau\rho}$, κατά το οποίο περιστρέφεται η περιφέρεια του τροχού.

Η γωνία περιστροφής του τροχού $\Delta\theta_{\tau\rho}$, είναι ίση με τη γωνία $\Delta\theta_2$ περιστροφής του δίσκου Δ_2.

Εξαιτίας της τεντωμένης αλυσίδας που περιστρέφεται από δίσκο Δ_1 των πεντάλ και περιστρέφει το δίσκο Δ_2, χωρίς να ολισθαίνει στις περιφέρειές τους, είναι ίσα τα τόξα S_1 και S_2 που διαγράφουν οι δύο αυτές περιφέρειες.

Έτσι τελικά ισχύουν:

$$S_\pi = S_{\tau\rho} = \Delta\theta_{\tau\rho} \cdot R = \Delta\theta_2 \cdot R = \frac{S_2}{R_2} \cdot R = \frac{S_1}{R_2} \cdot 10 \cdot R_2 = 10 \cdot S_1 = 10 \cdot N \cdot 2 \cdot \pi \cdot R_1 = 20 \cdot N \cdot \pi \cdot R_1$$

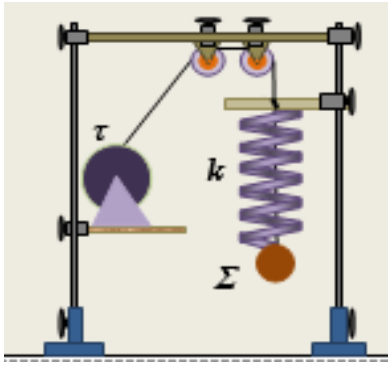
Μονάδες 9

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

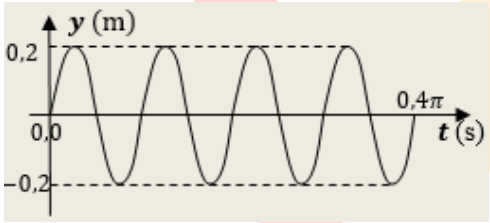
νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σφαίρα Σ μάζας $m = 1\,\text{kg}$, είναι δεμένη στο άκρο ιδανικού κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k = 400\,\frac{\text{N}}{\text{m}}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακίνητο. Η σφαίρα Σ είναι επίσης δεμένη στο άκρο αβαρούς και μη ελαστικού νήματος, το οποίο κατακόρυφο περνάει μέσα από τις σπείρες του ελατηρίου και με κατάλληλη διάταξη που φαίνεται στην εικόνα καταλήγει να δεθεί σε σημείο ενός τροχού τ, κοντά στην περιφέρειά του, έτσι ώστε περιστρέφοντας τον τροχό να θέτουμε τη σφαίρα σε εξαναγκασμένη ταλάντωση.

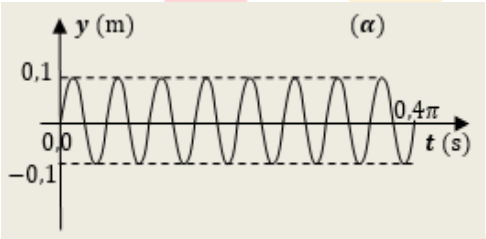


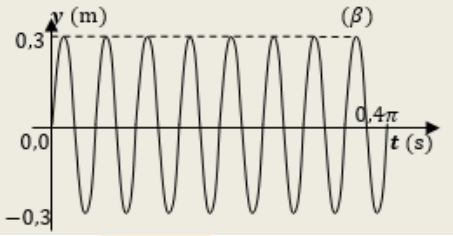
Στην κίνηση της σφαίρας εμφανίζονται αντιστάσεις αέρα του τύπου $F_{\alpha\nu\tau.} = -b \cdot \upsilon$ όπου b, μικρή σχετικά σταθερά απόσβεσης και υ η ταχύτητά της.

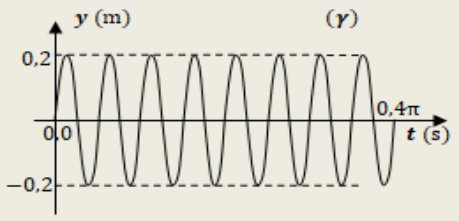


Στο διπλανό διάγραμμα, φαίνεται η απομάκρυνση της σφαίρας από τη θέση ισορροπίας της σε συνάρτηση με το χρόνο, στην εξαναγκασμένη ταλάντωση που εκτελεί όταν περιστρέφουμε τον τροχό με μια σταθερή συχνότητα f_1.

Αν αυξήσουμε τη συχνότητα περιστροφής του τροχού, η απομάκρυνση της σφαίρας από τη θέση ισορροπίας της σε συνάρτηση με το χρόνο, θα μπορούσε να αποδίδεται :







(α) από το διάγραμμα (α) **(β)** από το διάγραμμα (β) **(γ)** από το διάγραμμα (γ)

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Μικρή σφαίρα A μάζας m_1, κινείται με σταθερή ταχύτητα σε λείο οριζόντιο δάπεδο και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με άλλη αρχικά ακίνητη σφαίρα B μάζας $m_2 = 4 \cdot m_1$. Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας A, που μεταβιβάστηκε στη σφαίρα Β εξαιτίας της κρούσης είναι:

(α) $100\,\%$, **(β)** $64\,\%$, **(γ)** $25\,\%$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστό διάγραμμα το (α)

Μονάδες 4

2.1.Β. Η ιδιοπερίοδος του ταλαντωτή είναι: $T_0 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{1}{400}}\ \mathrm{s} = 0{,}1\pi\ \mathrm{s}$

Με τη βοήθεια του διαγράμματος μπορούμε να βρούμε την περίοδο της ταλάντωσης του ταλαντωτή, δηλαδή την περίοδο του διεγέρτη, όταν ο τροχός περιστρέφεται με συχνότητα f_1:

$$4 \cdot T_1 = 0{,}4\pi\ \mathrm{s},\ \ T_1 = 0{,}1\pi\ \mathrm{s}$$

Παρατηρούμε δηλαδή, ότι η συχνότητα του διεγέρτη είναι ίση με την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή, όταν ο τροχός περιστρέφεται με συχνότητα f_1. Οπότε, επειδή έχουμε μικρή σχετικά σταθερά απόσβεσης, ο ταλαντωτής βρίσκεται σε κατάσταση συντονισμού και ταλαντώνεται με μέγιστο πλάτος, που είναι $A_{max} = 0{,}2\ \mathrm{m}$, όπως προκύπτει από το δεδομένο διάγραμμα.

Αν αυξήσουμε τη συχνότητα του διεγέρτη, το σύστημα δεν θα είναι σε κατάσταση συντονισμού και το πλάτος ταλάντωσης του ταλαντωτή θα είναι μικρότερο από $0{,}2\ m$. Αυτό συμβαίνει μόνο στο διάγραμμα (α) που το πλάτος είναι $0{,}1\ m$.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β. Μετά την κρούση η ακίνητη σφαίρα Β έχει ταχύτητα:

$$\upsilon_2{}' = \frac{2 \cdot m_1 \cdot \upsilon_1}{m_1 + m_2} = \frac{2 \cdot m_1 \cdot \upsilon_1}{5 \cdot m_1} = \frac{2}{5} \cdot \upsilon_1 \qquad (1)$$

Υπολογίζουμε τώρα το λόγο της κινητικής ενέργειας της σφαίρας Β μετά την κρούση, με την κινητική ενέργεια της σφαίρας Α πριν την κρούση:

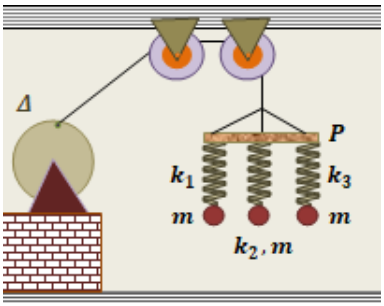
$$\frac{K_2{}'}{K_1} = \frac{\frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \upsilon_2'^2}{\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_1^2} = \frac{16}{25},\ \ K_2{}' = \frac{16}{25} \cdot K_1 \qquad (2)$$

Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας της σφαίρας Α που μεταβιβάστηκε κατά την κρούση στη σφαίρα Β είναι:

$$\pi = \frac{K_2{}'}{K_1} \cdot 100\% = 64\%$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2



2.1. Στη διάταξη του σχήματος, ο κυκλικός δίσκος Δ, περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του, με συχνότητα $f_\Delta = \frac{15}{\pi}$ Hz. Η περιστροφή του δίσκου Δ, εξαναγκάζει σε ταλάντωση τη ράβδο P, με τη βοήθεια αβαρούς και μη ελαστικού νήματος, το ένα άκρο του οποίου είναι δεμένο σε σημείο κοντά στην περιφέρεια του δίσκου. Η ράβδος καθώς ταλαντώνεται, με κατάλληλη διάταξη παραμένει συνεχώς οριζόντια.

Από τη ράβδο P, κρέμονται τρία ιδανικά ελατήρια, που το καθένα στο κάτω μέρος του έχει κρεμασμένο ένα σφαιρίδιο. Και τα τρία σφαιρίδια είναι όμοια και έχουν μάζα $m = 100$ g το καθένα.

Οι σταθερές των τριών ελατηρίων είναι $k_1 = 30\ \frac{\text{N}}{\text{m}}$, $k_2 = 60\ \frac{\text{N}}{\text{m}}$, $k_3 = 90\ \frac{\text{N}}{\text{m}}$.

Από τα δεδομένα του πειράματος, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι αν πράγματι το εκτελούσαμε:

(α) Δεν θα υπήρχε σύστημα (ταλαντωτής) που θα εκτελούσε εξαναγκασμένες ταλαντώσεις σε κατάσταση συντονισμού.

(β) Θα υπήρχε σύστημα (ταλαντωτής) το οποίο θα εκτελούσε εξαναγκασμένες ταλαντώσεις σε κατάσταση συντονισμού, με αποτέλεσμα το σύστημα αυτό, να ταλαντώνεται οπωσδήποτε με μεγαλύτερο πλάτος από τα άλλα δύο συστήματα.

(γ) Θα υπήρχε σύστημα (ταλαντωτής) το οποίο θα εκτελούσε εξαναγκασμένες ταλαντώσεις σε κατάσταση συντονισμού, με αποτέλεσμα το σύστημα αυτό, να ταλαντώνεται οπωσδήποτε με μεγαλύτερο πλάτος, σε σχέση με τα πλάτη που θα είχαν οι ταλαντώσεις του, σε άλλες συχνότητες περιστροφής του δίσκου Δ (διεγέρτη).

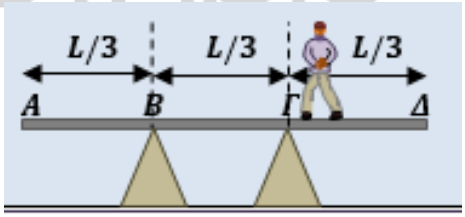
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

νέο φροντιστήριο



2.2. Μια ομογενής και ισοπαχής σανίδα $(A\Delta)$ μάζας M και μήκους L, στηρίζεται στα σημεία B και Γ, πάνω σε κατάλληλα στηρίγματα, ώστε να παραμένει οριζόντια και να ισχύει $(AB) = (B\Gamma) = (\Gamma\Delta) = \frac{L}{3}$, όπως στο σχήμα.

Ένας άνθρωπος μάζας m χρησιμοποιεί αυτή την σανίδα πατώντας πάνω της για μια εργασία. Η προϋπόθεση για να μπορεί ο άνθρωπος να πατήσει σε οποιοδήποτε σημείο της σανίδας, από το ένα άκρο της μέχρι το άλλο είναι:

(α) $M \geq m$, **(β)** $M \geq 2m$, **(γ)** $M \geq \frac{m}{2}$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β. Και τα τρία συστήματα ελατηρίου-μάζας (ταλαντωτές), εκτελούν εξαναγκασμένες ταλαντώσεις με την ίδια συχνότητα, τη συχνότητα του διεγέρτη, δηλαδή τη συχνότητα περιστροφής του δίσκου Δ. Δηλαδή:

$$f_1 = f_2 = f_3 = f_\Delta = \frac{15}{\pi}\ \text{Hz}$$

Οι ιδιοσυχνότητες των τριών ταλαντωτών είναι:

$$f_{o1} = \frac{1}{2\pi}\cdot\sqrt{\frac{k_1}{m_1}} = \frac{1}{2\pi}\cdot\sqrt{\frac{30}{0{,}1}}\ \text{Hz} = \frac{5\cdot\sqrt{3}}{\pi}\ \text{Hz}$$

$$f_{o2} = \frac{1}{2\pi}\cdot\sqrt{\frac{k_2}{m_2}} = \frac{1}{2\pi}\cdot\sqrt{\frac{60}{0{,}1}}\ \text{Hz} = \frac{5\cdot\sqrt{6}}{\pi}\ \text{Hz}$$

$$f_{o3} = \frac{1}{2\pi}\cdot\sqrt{\frac{k_3}{m_3}} = \frac{1}{2\pi}\cdot\sqrt{\frac{90}{0{,}1}}\ \text{Hz} = \frac{15}{\pi}\ \text{Hz}$$

Παρατηρούμε ότι το σύστημα k_3, m βρίσκεται σε κατάσταση συντονισμού, αφού η συχνότητα του διεγέρτη και άρα της εξαναγκασμένης του ταλάντωσης, είναι ίση με την ιδιοσυχνότητά του και η σταθερά απόσβεσης είναι σχετικά μικρή. Αυτό σημαίνει ότι το σύστημα αυτό ταλαντώνεται με το μέγιστο πλάτος, σε σχέση με τα πλάτη που θα παρουσίαζαν οι εξαναγκασμένες ταλαντώσεις του, με άλλες συχνότητες του διεγέρτη.

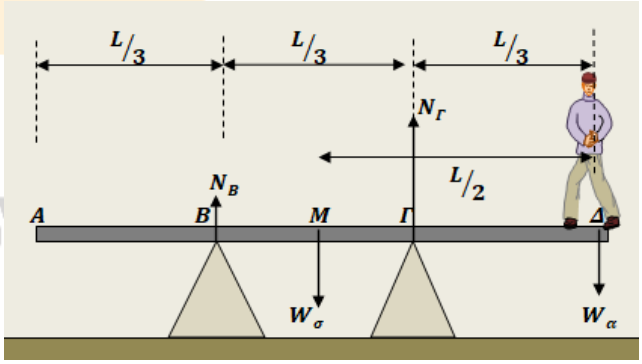
Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β. Για να μπορεί να πατήσει ο άνθρωπος από το ένα άκρο μέχρι το άλλο, χωρίς να ανατρέπεται η σανίδα, αρκεί να μπορεί να πατήσει στο άκρο της, για παράδειγμα στο Δ και να μην ανατρέπεται η σανίδα, περιστρεφόμενη γύρω από το στήριγμα στο σημείο Γ. Αυτό εξασφαλίζεται αν και σε αυτή τη θέση, εξακολουθεί η ράβδος να ασκεί δύναμη στο στήριγμα στο σημείο Β και να δέχεται δύναμη από αυτό (σχήμα).



Δηλαδή η συνθήκη είναι $N_B \geq 0$, όταν ο άνθρωπος πατάει στο άκρο Δ.

Ισορροπία ροπών ως προς Γ: $\Sigma\tau_\Gamma = W_\sigma \cdot (\frac{L}{2} - \frac{L}{3}) - W_\alpha \cdot \frac{L}{3} - N_B \cdot \frac{L}{3} = 0$

ή $N_B \cdot \frac{L}{3} = W_\sigma \cdot \frac{L}{6} - W_\alpha \cdot \frac{L}{3}$

ή $N_B \cdot \frac{L}{3} = \frac{L}{3}\cdot\left(\frac{M}{2} - m\right)\cdot g,\ N_B = \left(\frac{M}{2} - m\right)\cdot g \geq 0,$

τελικά $\boldsymbol{M \geq 2m}$

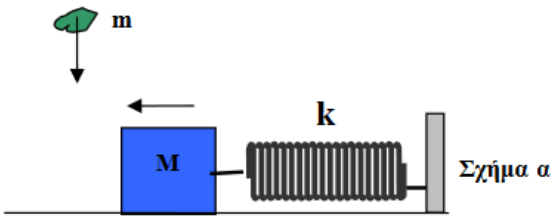
Μονάδες 9

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

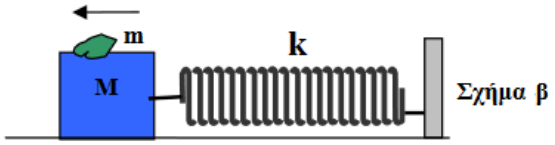
νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 2

2.1. Στο σχήμα α το σώμα μάζας Μ είναι δεμένο στην άκρη οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους Α, πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σώμα μάζας m πέφτει κατακόρυφα από μικρό ύψος. Όταν το σώμα μάζας Μ περνά από τη θέση όπου το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος, το σώμα μάζας m συγκρούεται με αυτό δημιουργώντας ένα συσσωμάτωμα, όπως δείχνει το σχήμα β. Το πλάτος της νέας ταλάντωσης Α΄ που θα εκτελέσει το συσσωμάτωμα



Σχήμα α



Σχήμα β

(α) είναι ίσο με το πλάτος Α.

(β) είναι μεγαλύτερο του πλάτους Α.

(γ) είναι μικρότερο του πλάτους Α.

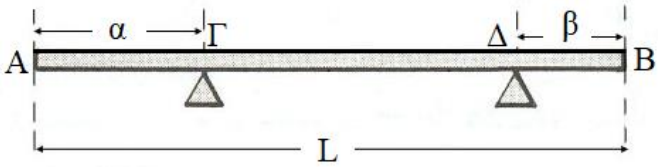
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Μία ομογενής σανίδα ΑΒ μήκους ℓ ισορροπεί στηριζόμενη στα σημεία Γ και Δ που απέχουν απόσταση α από το Α και β από το Β αντίστοιχα (όπως φαίνεται στο σχήμα). Οι δυνάμεις που δέχεται η σανίδα στα στηρίγματα Γ και Δ είναι T_1 και T_2 αντίστοιχα. Ο λόγος των δυνάμεων $\frac{T_1}{T_2}$ είναι:



(α) $\frac{T_1}{T_2} = \frac{L-2a}{L-2\beta}$, (β) $\frac{T_1}{T_2} = \frac{L-2\beta}{L-2\alpha}$, (γ) $\frac{T_1}{T_2} = \frac{L-\beta}{L-\alpha}$

νεο φροντιστηριο

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ).

Μονάδες 4

2.1.Β. Έστω ότι τη στιγμή που περνά το σώμα μάζας Μ από τη θέση όπου το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος (θέση ισορροπίας της ταλάντωσης), έχει ταχύτητα υ_o. Εφαρμόζοντας Α.Δ.Ο. στον οριζόντιο άξονα της κίνησης του σώματος μάζας Μ κατά τη διάρκεια της κρούσης του με το σώμα μάζας m, έχουμε:

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow M\upsilon_o + 0 = (m + M)V_o \Rightarrow V_o = \frac{M}{m + M}\upsilon_o \quad (1)$$

Εφαρμόζοντας αρχή διατήρησης ενέργειας στη νέα ταλάντωση (ΑΔΕΤ) στη θέση της κρούσης (που παραμένει θέση ισορροπίας και για τη νέα ταλάντωση), έχουμε:

$$E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2}kA'^2 = \frac{1}{2}(m + M){V_o}^2 + 0 \Rightarrow kA'^2 = (m + M)\frac{M^2}{(m + M)^2}{\upsilon_o}^2 \Rightarrow$$

$$M\omega^2 A'^2 = \frac{M^2}{m + M}A^2\omega^2 \Rightarrow A' = A\sqrt{\frac{M}{m + M}} \quad (2)$$

Για την παραγωγή της σχέσης (2) χρησιμοποιήσαμε τις σχέσεις $k = M\omega^2$, $\upsilon_o = A\omega$ και (1).

Από τη σχέση (2) παρατηρούμε ότι $A' < A$.

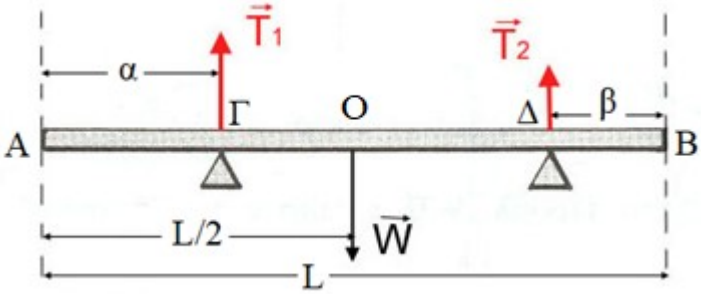
Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β).

Μονάδες 4

2.2.Β. Η σανίδα είναι ομογενής, συνεπώς το κέντρο μάζας Ο βρίσκεται στο μέσο της. Εφόσον ισορροπεί η σανίδα η συνισταμένη των ροπών ως προς κάθε σημείο είναι μηδέν. Άρα έχουμε:



$$\Sigma\vec{\tau}_{(\Delta)} = 0 \Rightarrow \vec{\tau}_{T_1} + \vec{\tau}_{T_2} + \vec{\tau}_W = 0 \Rightarrow -T_1 \cdot (L - a - \beta) + W \cdot \left(\frac{L}{2} - \beta\right) = 0 \Rightarrow$$

$$T_1 = \frac{\frac{L}{2} - \beta}{L - a - \beta}W \quad (1)$$

$$\Sigma\vec{\tau}_{(\Gamma)} = 0 \Rightarrow \vec{\tau}_{T_1} + \vec{\tau}_{T_2} + \vec{\tau}_W = 0 \Rightarrow 0 + T_2 \cdot (L - a - \beta) + (-W) \cdot \left(\frac{L}{2} - a\right) = 0 \Rightarrow$$

$$T_2 = \frac{\frac{L}{2} - a}{L - a - \beta}W \quad (2)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) παίρνουμε:

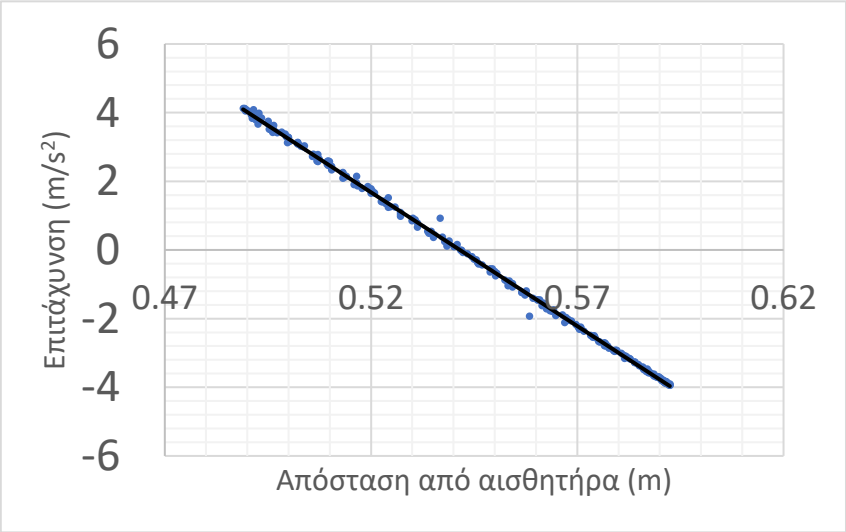
$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{L - 2\beta}{L - 2\alpha}$$

Μονάδες 9

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 2

2.1. Με τη βοήθεια αισθητήρα απόστασης και επιτάχυνσης και αντίστοιχο λογισμικό, δημιουργήθηκε το παρακάτω διάγραμμα για την απλή αρμονική ταλάντωση μάζας αναρτημένης από κατακόρυφο ελατήριο.



Η συχνότητα της ταλάντωσης είναι πιο κοντά σε

(α) $9\ Hz$, **(β)** $1{,}4\ Hz$, **(γ)** $0{,}2\ Hz$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

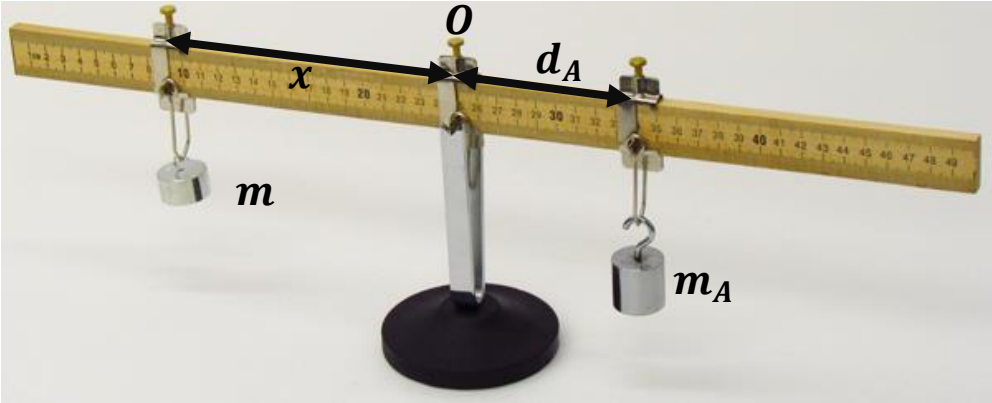
Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

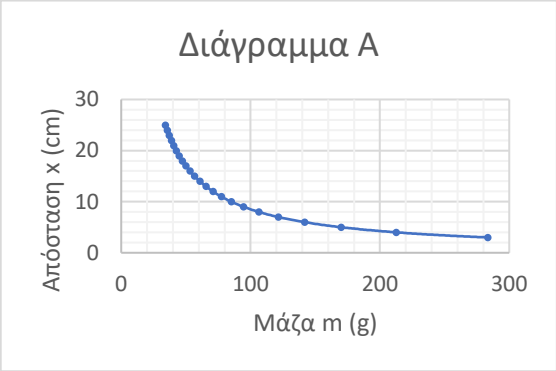
Μονάδες 8

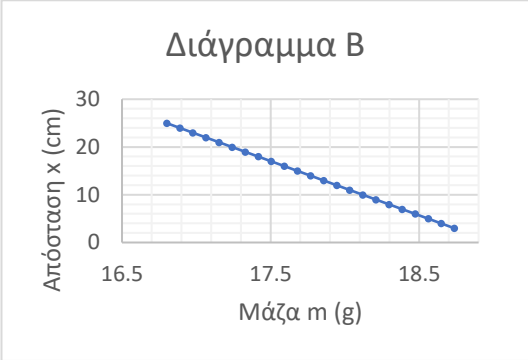
νέο φροντιστήριο

2.2. Στη διάταξη της εικόνας[1], το υποδεκάμετρο μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα που υπάρχει στο σημείο Ο (μέσο του υποδεκάμετρου). Το βαρίδιο μάζας m_A είναι μόνιμα αναρτημένο σε σημείο που βρίσκεται σε απόσταση d_A από το σημείο Ο. Στα αριστερά του σημείου Ο αναρτούμε κάθε φορά διαφορετικό βαρίδιο μάζας m, από διαφορετικό σημείο απόστασης x από το Ο ώστε το υποδεκάμετρο να παραμένει σε ισορροπία.



Δίνονται τρία διαγράμματα απόστασης x σε σχέση με μάζα m.





Ποιο από τα τρία διαγράμματα περιγράφει σωστά τη σχέση της απόστασης x με τη μάζα m ώστε να ισορροπεί η ράβδος;

(α) Α , **(β)** Β , **(γ)** Γ

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

νεο φροντιστηριο

[1] https://www.sciencelabsupplies.com/images/magictoolbox_cache_from_database/0b3e6f316bcbbcc55b583c726cac33ae.jpg

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Το διάγραμμα κανονικά, με βάση τη θεωρία, αντιστοιχεί στη σχέση $a = -\omega^2 x$, η οποία είναι ευθεία που περνάει από την αρχή των αξόνων. (2 μονάδες)

Η συγκεκριμένη γραφική παράσταση δεν περνάει από την αρχή των αξόνων, όπως θα περιμέναμε, διότι ο οριζόντιος άξονας είναι η απόσταση από τον αισθητήρα και όχι η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας.

Η κλίση της γραφικής παράστασης εξακολουθεί να είναι $-\omega^2$ (2 μονάδες). Αυτό σημαίνει (4 μονάδες)

$$\kappa\lambda\acute{\iota}\sigma\eta = -\omega^2$$

$$\frac{-4{,}0\ m/s^2 - 4{,}0\ m/s^2}{0{,}59\ m - 0{,}49\ m} = -(2\pi f)^2$$

$$f \cong 1{,}4\ Hz$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Για να ισορροπήσει το υποδεκάμετρο, θα πρέπει η συνισταμένη των ροπών γύρω από το σημείο Ο να είναι μηδέν. (2 μονάδες)

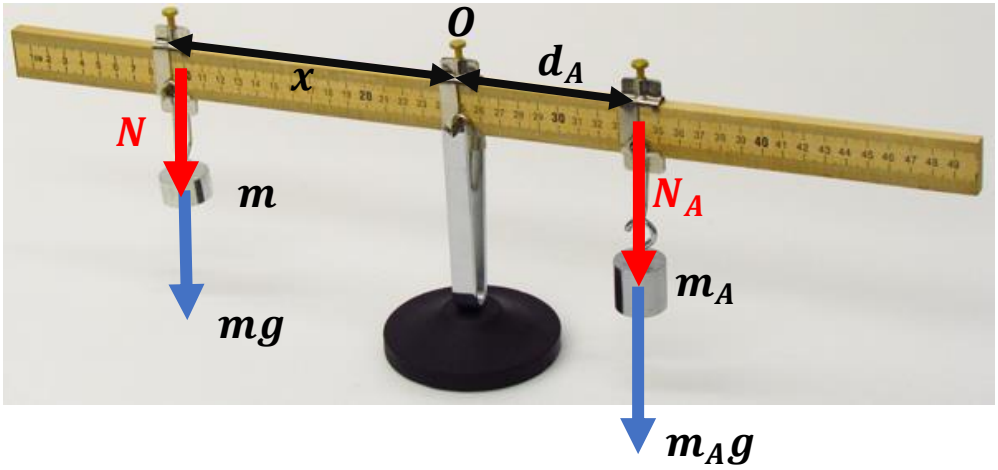
Επειδή ο άξονας περιστροφής είναι στο μέσο του υποδεκάμετρου και τα υποδεκάμετρα είναι ομογενή, το κέντρο μάζας του υποδεκάμετρο βρίσκεται στο σημείο Ο, και επομένως δεν υπάρχει ροπή ως προς Ο από το βάρος του υποδεκάμετρου. Το ίδιο συμβαίνει και με την αντίδραση από το στήριγμα στο σημείο Ο. (1 μονάδα)

ΑΠΑΝΤΗΣΗ
νέο φροντιστήριο

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο υποδεκάμετρο και προκαλούν ροπή είναι οι δυνάμεις N και N_A που είναι αντίστοιχα ίσες με τα βάρη mg και $m_A g$. (1 μονάδα)

$$\Sigma\tau = 0 \Longrightarrow \tau_N + \tau_{N_A} = 0 \Longrightarrow mgx + (-m_A g d_A) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{m_A g d_A}{m}$$

(3 μονάδες)



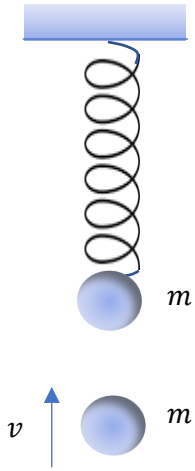
Η σχέση αυτή δείχνει πως η απόσταση x είναι αντιστρόφως ανάλογη με τη μάζα m. (1 μονάδα)
Από τα τρία διαγράμματα, αυτό που δείχνει αντιστρόφως ανάλογα ποσά είναι το (α).

Μονάδες 9

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σώμα μάζας m κινείται κατακόρυφα προς τα επάνω και, την στιγμή που έχει με ταχύτητα v, συγκρούεται πλαστικά με σώμα ίσης μάζας m που ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο αναρτημένου ελατηρίου σταθεράς k. Το συσσωμάτωμα κινείται κατακόρυφα προς τα επάνω, αλλά σταματά στιγμιαία στη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου. Για το πλάτος A της ταλάντωσης θα ισχύει



(α) $A = \frac{mg}{k}$ **(β)** $A < \frac{mg}{k}$ **(γ)** $A > \frac{mg}{k}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Οριζόντιος κύλινδρος κυλίεται και έχει αρχικά γωνιακή ταχύτητα ω. Επιβραδύνεται με σταθερή γωνιακή επιβράδυνση μέτρου α_1. Μέχρι να σταματήσει, θα έχει εκτελέσει πλήθος περιστροφών ίσο με

(α) $\frac{\omega^2}{4\alpha_1}$ **(β)** $\frac{\omega^2}{2\pi\alpha_1}$ **(γ)** $\frac{\omega^2}{4\pi\alpha_1}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Αμέσως μετά την πλαστική κρούση θα συμβούν δύο πράγματα:

1) Η θέση ισορροπίας του συστήματος θα μετατοπιστεί προς τα κάτω κατά $\Delta L = \frac{mg}{k}$ (αφού προστέθηκε επιπλέον βάρος mg και πρέπει το ελατήριο να επιμηκυνθεί κατά ΔL για να το εξισορροπήσει: $mg = k\Delta L$) (2 μονάδες)
2) Το συσσωμάτωμα θα αποκτήσει κάποια ταχύτητα v' (1 μονάδα)

Το σύστημα μάζες-ελατήριο θα εκτελέσει κατακόρυφη ΑΑΤ σταθεράς $D = k$ με πλάτος A. Η αρχική απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας θα είναι το ΔL και η αρχική ταχύτητα v'. (2 μονάδες)

Η ενέργεια της ταλάντωσης διατηρείται, άρα: (3 μονάδες)

$$\frac{1}{2}mv'^2 + \frac{1}{2}k\left(\frac{mg}{k}\right)^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

$$A = \sqrt{\left(\frac{mg}{k}\right)^2 + \frac{m}{k}v'^2} > \frac{mg}{k}$$

Το πλάτος είναι δηλαδή μεγαλύτερο από την ποσότητα $\frac{mg}{k}$ αφού v'^2 είναι σίγουρα μεγαλύτερο από το μηδέν.

0 Μονάδες 8

νέο φροντιστήριο

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Από τον ορισμό της γωνιακής επιτάχυνσης ο κύλινδρος θα σταματήσει να κυλίεται σε χρόνο Δt:

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \Rightarrow -\alpha_1 = \frac{0-\omega}{\Delta t} \Leftrightarrow \Delta t = \frac{\omega}{\alpha_1}$$

(3 μονάδες)

Σε αναλογία με την ομαλά επιβραδυνόμενη μεταφορική κίνηση, για τη γωνία μέχρι ο κύλινδρος να σταματήσει, θα ισχύει:

$$\theta = \omega_0 \Delta t + \frac{1}{2}\alpha_{\gamma\omega\nu}\Delta t^2 = \omega\frac{\omega}{\alpha_1} + \frac{1}{2}(-\alpha_1)\left(\frac{\omega}{\alpha_1}\right)^2 = \frac{\omega^2}{2\alpha_1}$$

(3 μονάδες)

Το πλήθος των περιστροφών είναι

$$N = \frac{\theta}{2\pi} = \frac{\frac{\omega^2}{2\alpha_1}}{2\pi} = \frac{\omega^2}{4\pi\alpha_1}$$

(3 μονάδες)

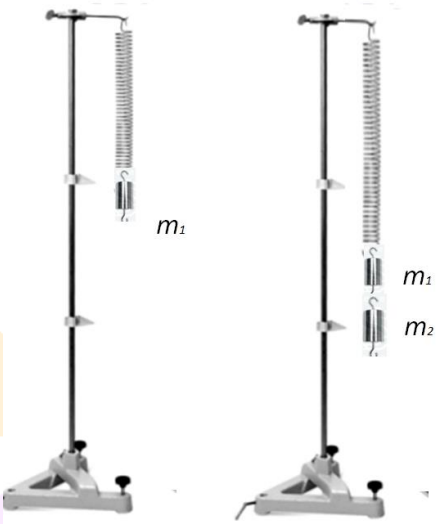
Μονάδες 9

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 2

2.1. Η Ραλλού και ο Γιώργος θέλουν να προσδιορίσουν τον λόγο των μαζών, m_1 και m_2, δύο βαριδίων μικρών σχετικά διαστάσεων. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιούν στο εργαστήριο ένα ελατήριο, σταθεράς k. Το ελατήριο το κρεμούν στο άκρο ενός ορθοστάτη και στην άκρη του, αρχικά προσδένουν το βαρίδιο μάζας m_1. Θέτουν το σύστημα σε κατακόρυφη ταλάντωση. Μετρώντας το χρόνο για ένα πλήθος ταλαντώσεων, κατάφεραν να προσδιορίσουν τη συχνότητα f αυτής της ταλάντωσης. Στη συνέχεια προσδένουν στο πρώτο βαρίδιο, το δεύτερο βαρίδιο μάζας m_2 και εκτελούν το ίδιο πείραμα με το σύστημα των δύο σωμάτων στο άκρο του ελατηρίου. Τότε προσδιόρισαν ότι η νέα ταλάντωση είχε συχνότητα f' ίση με το μισό της αρχικής. Υπέθεσαν ότι οι ταλαντώσεις που κατέγραψαν είναι απλές αρμονικές από τη θεωρία που είχαν διαβάσει και έτσι προσδιόρισαν για τα δύο βαρίδια, λόγο μαζών $\frac{m_2}{m_1}$ ίσο με:



(α) $\frac{1}{3}$, **(β)** 1, **(γ)** $\frac{3}{1}$.

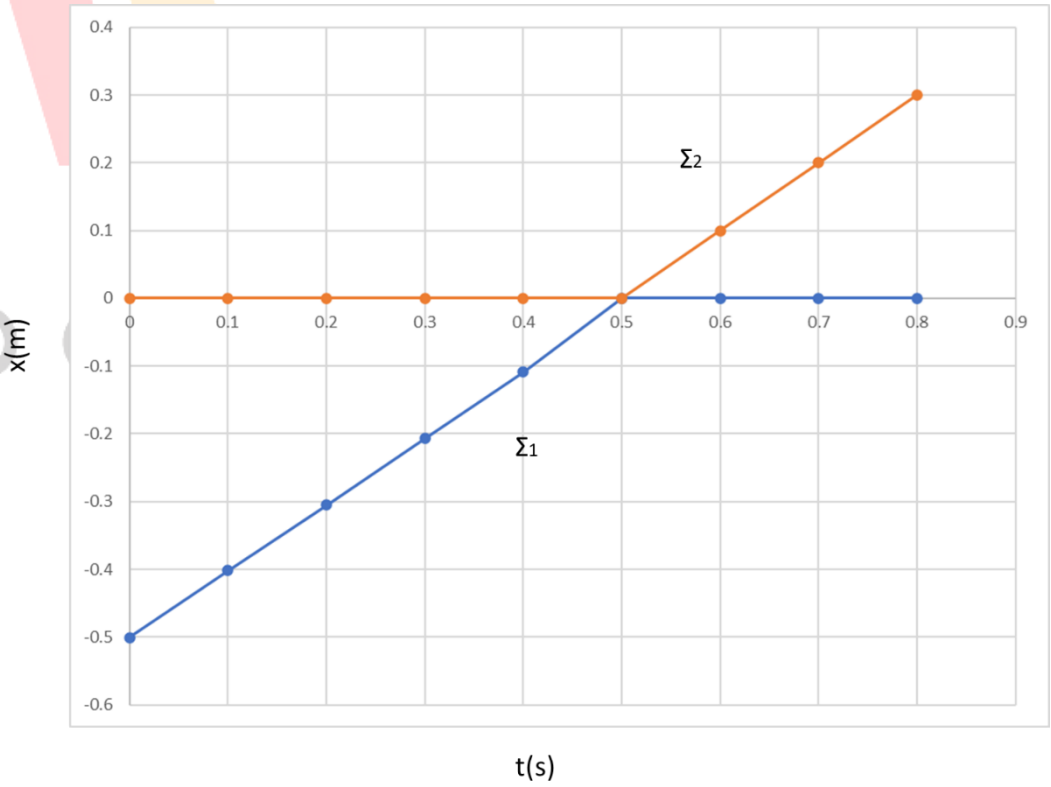
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο (2) σημειακά αντικείμενα Σ_1 και Σ_2, ίδιας μάζας $m_1 = m_2 = 1Kg$, συγκρούονται μετωπικά τη χρονική στιγμή $t = 0{,}5s$. Οι θέσεις των αντικειμένων σε συνάρτηση με τον χρόνο, πριν και μετά την κρούση, δίνονται στο διάγραμμα.



Για την κρούση ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής. Η κρούση είναι:

(α) ελαστική, **(β)** ανελαστική, **(γ)** πλαστική.

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Για την ταλάντωση του βαριδίου μάζας m_1, η συχνότητα δίνεται από τη σχέση:

$$f = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m_1}}.$$

Αντίστοιχα, για το σύστημα των δύο βαριδίων η συχνότητα είναι ίση με:,

$$f' = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}}.$$

Ισχύει:

$$f' = \frac{f}{2} \Rightarrow \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m_1}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{1}{m_1 + m_2}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{m_1}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{m_1 + m_2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{m_1} \Rightarrow m_1 + m_2 = 4 \cdot m_1 \Rightarrow$$

$$m_2 = 3 \cdot m_1, \qquad \frac{m_2}{m_1} = \frac{3}{1}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. (α)

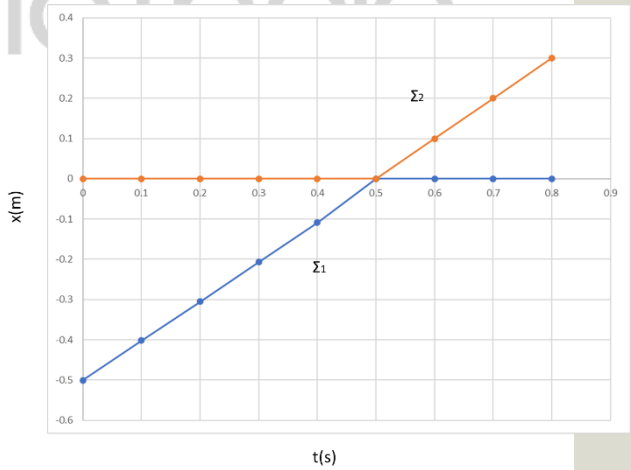
Μονάδες 4

2.2.Β.

Για το Σ_1, η κλίση της ευθείας από 0s έως 0,5s προσδιορίζει την ταχύτητα πριν την κρούση.

Είναι:

$$\upsilon_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} = \frac{0 - (-0{,}5)}{0{,}5 - 0} \frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon_1 = 1 \frac{m}{s}.$$



Το Σ_1 μετά την κρούση παραμένει ακίνητο.
Δηλαδή, $\upsilon'_1 = 0 \frac{m}{s}$.

Ομοίως το Σ_2, πριν την κρούση είναι ακίνητο.
Δηλαδή, $\upsilon_2 = 0 \frac{m}{s}$.
Από την κλίση του διαγράμματος για το Σ_2, για το χρονικό διάστημα 0,5s – 0,8s. έχουμε:

$$\upsilon'_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2} = \frac{0{,}3 - 0}{0{,}8 - 0{,}5} \frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon'_2 = 1 \frac{m}{s}$$

Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας δίνεται από τη σχέση:

$$\Delta K = K' - K$$

- Για το Σ_1:

Κινητική ενέργεια πριν την κρούση: $K_1 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_1^2,\ K_1 = 1J$

Κινητική ενέργεια μετά την κρούση: $K'_1 = 0J$

Μεταβολή της κινητικής ενέργειας:

$$\Delta K_1 = K'_1 - K_1,\ \ \Delta K_1 = (0 - 1)J, \qquad \Delta K_1 = -1J,$$

- Για το Σ_2:

Κινητική ενέργεια πριν την κρούση: $K_2 = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \upsilon_2^2,\ K_2 = 0J$

Κινητική ενέργεια μετά την κρούση: $K'_2 = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \upsilon'^2_2,\ K'_2 = 1J$

Μεταβολή της κινητικής ενέργειας:

$$\Delta K_2 = K'_2 - K_2,\ \ \Delta K_2 = (1J - 0)J, \qquad \Delta K_2 = 1J,$$

Άρα:

$$\Delta K_1 = -\Delta K_2$$

Συνεπώς, η κρούση είναι ελαστική.

Μονάδες 9

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σώμα Σ_1, μάζας m_1, κινούμενο με ταχύτητα υ_1, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το ακίνητο σώμα Σ_2, μάζας m_2. Το Σ_1, μετά την κρούση δεν αλλάζει κατεύθυνση κίνησης ενώ αποκτά ταχύτητα $\upsilon'_1 = \frac{\upsilon_1}{2}$. Ο λόγος των μαζών $\frac{m_1}{m_2}$ είναι ίσος με:

(α) $\frac{1}{3}$, **(β)** 1, **(γ)** $\frac{3}{1}$.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

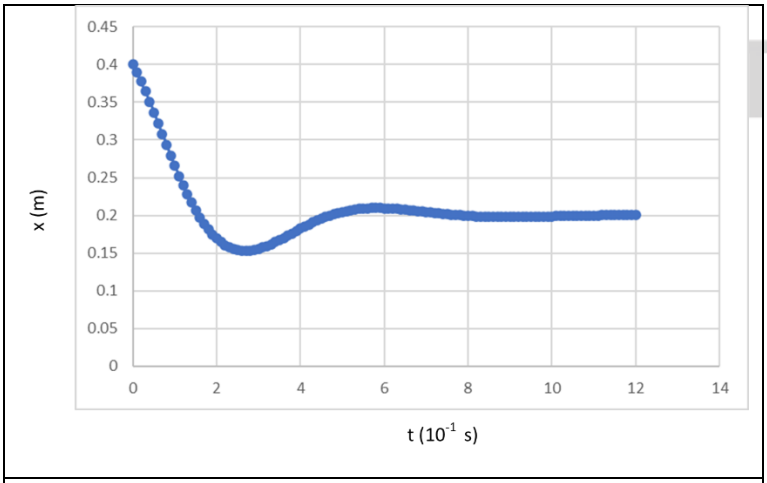
Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

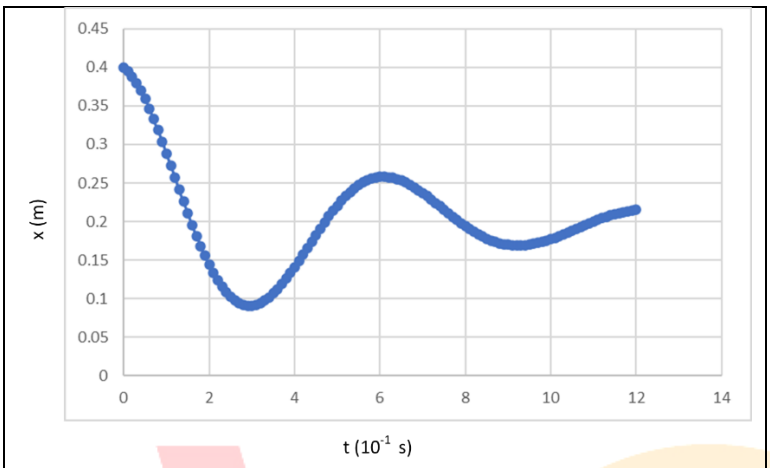
Μονάδες 8

2.2. Η Μαρία και ο Γιώργος, μαθητές της Γ΄Λυκείου, θέλουν να συμμετάσχουν σε ένα μαθητικό συνέδριο Επιστήμης και Έρευνας. Το αντικείμενο της εργασίας τους αφορά στις φθίνουσες ταλαντώσεις και πιο συγκεκριμένα στο πως λειτουργούν τα αμορτισέρ των αυτοκινήτων. Αρχικά, αναζήτησαν και βρήκαν, μεταξύ των καθηγητών τους, δύο αυτοκίνητα της ίδιας εταιρείας με αμορτισέρ διαφορετικής παλαιότητας. Μάλιστα, στο ένα αυτοκίνητο (αυτοκίνητο Α) ο ιδιοκτήτης, μόλις είχε αλλάξει αμορτισέρ ενώ στο δεύτερο (αυτοκίνητο Β) ο ιδιοκτήτης σχεδίαζε να τα αλλάξει, στο κοντινό χρονικό διάστημα.

Στη συνέχεια, πραγματοποίησαν, το ακόλουθο πείραμα. Τοποθέτησαν ένα αισθητήρα θέσης, κατάλληλα, στο έδαφος (βλ. σχήμα). Καθώς, τα δύο ακίνητα αυτοκίνητα εξαναγκάστηκαν σε κατακόρυφη ταλάντωση, το λογισμικό του αισθητήρα κατασκεύασε τη γραφική παράσταση θέσης – χρόνου για κάθε ένα από αυτά. Οι γραφικές παραστάσεις φαίνονται παρακάτω.



Γραφική παράσταση 1



Γραφική παράσταση 2

Για τα συγκεκριμένα πειραματικά δεδομένα,

(α) η γραφική παράσταση 1 ανήκει στο αυτοκίνητο Α ενώ η γραφική παράσταση 2 στο Β,

(β) η γραφική παράσταση 2 ανήκει στο αυτοκίνητο Α ενώ η γραφική παράσταση 1 στο Β,

(γ) τα αμορισέρ ενός αυτοκινήτου δε σχετίζονται με τις φθίνουσες ταλαντώσεις που εκτελεί .

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Για την κεντρική ελαστική κρούση ισχύει:

$$\upsilon'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1 \Rightarrow \frac{\upsilon_1}{2} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1 \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \Rightarrow m_1 + m_2 = 2(m_1 - m_2) \Rightarrow$$

$$m_1 + m_2 = 2 \cdot m_1 - 2 \cdot m_2 \Rightarrow 3 \cdot m_2 = m_1 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = 3$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Τα αμορτισέρ του αυτοκινήτου είναι ένα σύστημα φθινουσών ταλαντώσεων. Τα αμορτισέρ εξασφαλίζουν δύναμη απόσβεσης τέτοια, ώστε όταν το αυτοκίνητο περνά από ένα εξόγκωμα του δρόμου, να μη συνεχίζει να ταλαντώνεται για πολύ χρόνο.

Καθώς τα αμορτισέρ παλιώνουν και φθείρονται, η ταλάντωση διαρκεί περισσότερο.

Αν συγκρίνουμε τις δύο γραφικές παραστάσεις, στην πρώτη, η ταλάντωση διαρκεί πολύ λιγότερο σε σχέση με τη δεύτερη -είναι σχεδόν απεριοδική. Συνεπώς, σε αυτήν απεικονίζεται η ταλάντωση των καινούργιων αμορτισέρ.

Μονάδες 9

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 2

2.1. Η Δήμητρα και ο Γιάννης μελετούν στο εργαστήριο το κατά πόσο η περίοδος στην απλή αρμονική ταλάντωση εξαρτάται από το πλάτος της ταλάντωσης. Για το σκοπό, αυτό, θέτουν σε κατακόρυφη ταλάντωση, πλάτους $4cm$, ένα σύστημα ελατηρίου – μάζας και μετρούν το χρόνο που απαιτείται για να συμπληρωθούν 15 πλήρεις ταλαντώσεις.

Στη συνέχεια, θέτουν ξανά σε ταλάντωση το σύστημα ελατήριο – μάζα, με νέο πλάτος ταλάντωσης $8cm$ και μετρούν το χρόνο που απαιτείται για να συμπληρωθούν 10 πλήρεις ταλαντώσεις.

Τα αποτελέσματα των μετρήσεών τους φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

	Πλάτος (cm)	Αριθμός ταλαντώσεων	Χρόνος (s)
1η διαδιακασία	4	15	15,9
2η διαδικασία	8	10	10,6

Από τα αποτελέσματα των μετρήσεων των μαθητών, συμπεραίνουμε ότι, όταν το πλάτος είναι διπλάσιο, η περίοδος:

(α) διπλασιάζεται, **(β)** υποδιπλασιάζεται, **(γ)** παραμένει σταθερή.

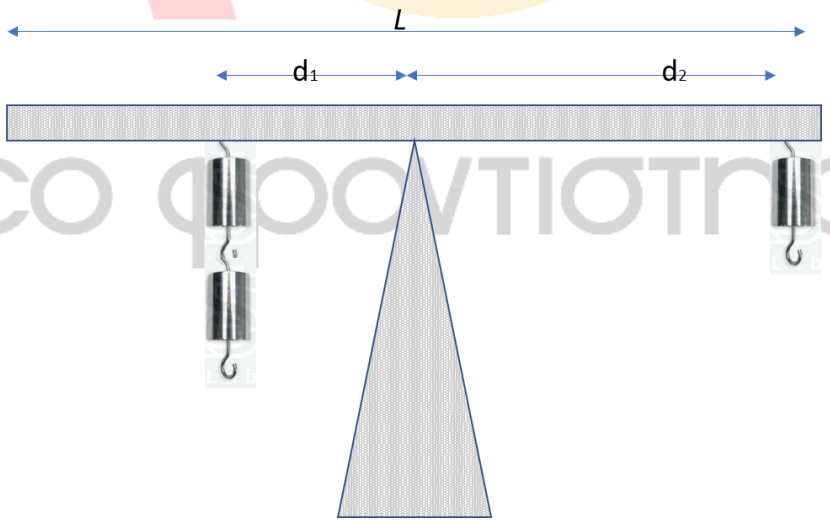
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Η Άννα και ο Κωνσταντίνος, μελετούν την ισορροπία μίας ράβδου. Η ράβδος αρχικά ισορροπεί καθώς ένα στήριγμα τοποθετείται κάτω από το κέντρο μάζας της.



Οι μαθητές κρεμούν σε διαφορετικά σημεία της ράβδου διαφορετικό αριθμό βαριδίων (σταθμών) και μετρούν τις αποστάσεις d_1 και d_2, όπου d_1 είναι η απόσταση των βαριδίων που τοποθετούνται αριστερά

σε σχέση με το σημείο στήριξης της ράβδου και d_2 η απόσταση των βαριδίων που τοποθετούνται προς τα δεξιά. Το κάθε βαρίδιο έχει μάζα $m = 10g$.

Οι μαθητές, πραγματοποιούν 4 μετρήσεις και συμπληρώνουν τον πίνακα:

	N_1: Αριθμός βαριδίων σε απόσταση d_1	Απόσταση d_1 (cm)	N_2: Αριθμός βαριδίων σε απόσταση d_2	Απόσταση d_2 (cm)
1η μέτρηση	2	10	1	20
2η μέτρηση	2	20	2	10
3η μέτρηση	3	10	1	20
4η μέτρηση	2	20	4	10

Η ράβδος ισορροπεί

(α) στην 1η και 4η μέτρηση,

(β) στην 1η και 3η μέτρηση,

(γ) στην 2η και 4η μέτρηση.

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η περίοδος της ταλάντωσης προσδιορίζεται από τη σχέση:

$$T = \frac{\Delta t}{N}.$$

Συνεπώς, για πλάτος $A_1 = 4cm$ είναι: $T_1 = \frac{\Delta t_1}{N_1}, T_1 = \frac{15,9}{15}s, T_1 = 1,06s$

Για πλάτος $A_2 = 8cm$ είναι: $T_2 = \frac{\Delta t_2}{N_2}, T_2 = \frac{10,6}{10}s, T_2 = 1,06s$

Παρατηρούμε ότι $T_1 = T_2$, συνεπώς η περίοδος για τα διαφορετικά πλάτη είναι η ίδια.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Επειδή η ομογενής ράβδος ισορροπεί, η συνισταμένη των ροπών των δυνάμεων που της ασκούνται, ως προς το σημείο σημείο στήριξης, είναι μηδενική. Έτσι, με θετική φορά στροφικής κίνησης της ομογενούς ράβδου ως προς το σημείο Α τη φορά της κίνησης των δεικτών του ρολογιού, ισχύει:

$$\sum \vec{\tau}_{CM} = \vec{0}$$

$$m_2 \cdot g \cdot d_2 - m_1 \cdot g \cdot d_1 = 0\,,\ m_2 \cdot d_2 = m_1 \cdot d_1, \qquad N_2 \cdot m \cdot d_2 = N_1 \cdot m \cdot d_1,$$

$$N_2 \cdot d_2 = N_1 \cdot d_1\,.$$

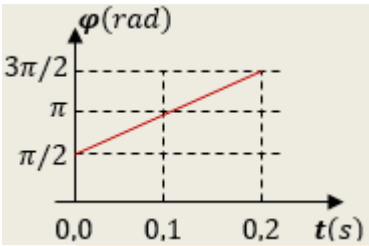
Η τελευταία σχέση ικανοποιείται στην 1η και 4η μέτρηση.

Μονάδες 9

νεο φροντιστηριο

ΘΕΜΑ 2

2.1. Στο διάγραμμα αποδίδεται η γραφική παράσταση φάσης – χρόνου σε βαθμολογημένους άξονες, για τη φάση της απλής αρμονικής ταλάντωσης πλάτους A, που εκτελεί ένα υλικό σημείο, σε συνάρτηση με το χρόνο και με σημείο αναφοράς ($x = 0$) τη θέση ισορροπίας του.



Με τη βοήθεια του διαγράμματος αυτού, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι τη χρονική στιγμή $t_1 = 0{,}3$ s, η απομάκρυνση του υλικού σημείου από τη θέση ισορροπίας του είναι:

(α) $x_1 = +A$ **(β)** $x_1 = 0$ **(γ)** $x_1 = -A$

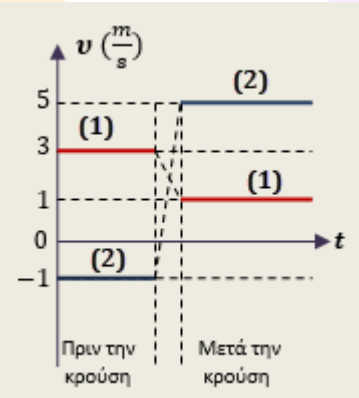
2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Στο διάγραμμα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις των τιμών των ταχυτήτων δύο σφαιρών (1) και (2) οι οποίες συγκρούονται μεταξύ τους με κρούση κεντρική.



Από τις τιμές των ταχυτήτων των δύο σφαιρών, όπως δίνονται στο παραπάνω διάγραμμα, προκύπτει ότι η κρούση μεταξύ τους, ήταν:

(α) Πλαστική , **(β)**Ανελαστική αλλά όχι πλαστική , **(γ)** Ελαστική

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β. Από το διάγραμμα φάσης-χρόνου που δόθηκε, μπορούμε να υπολογίσουμε:

- Την αρχική φάση ταλάντωσης, αφού για $t_0 = 0$, είναι $\boldsymbol{\varphi_0} = \frac{\pi}{2}$ rad.
- Τη γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\pi - \frac{\pi}{2}}{0{,}1 - 0}\,\frac{rad}{s} = \frac{\pi}{0{,}2}\,\frac{rad}{s} = 5 \cdot \pi\,\frac{rad}{s}$$

- Τη χρονική στιγμή $t_1 = 0{,}3$ s, η φάση ταλάντωσης είναι:

$$\varphi_1 = \omega \cdot t_1 + \varphi_0 = (5 \cdot \pi \cdot 0{,}3 + 0{,}5 \cdot \pi)\,rad = 2 \cdot \pi\,rad$$

Έτσι τη στιγμή $t_1 = 0{,}3$ s, η απομάκρυνση του κινητού από τη θέση ισορροπίας του είναι:

$$x_1 = A \cdot \eta\mu 2\pi = 0$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

<u>1ος τρόπος:</u>

Οι τιμές των ταχυτήτων των δύο σφαιρών πριν την κρούση δίνονται $\upsilon_1 = 3\,\frac{m}{s}$, $\upsilon_2 = -1\,\frac{m}{s}$

Οι τιμές των ταχυτήτων των δύο σφαιρών μετά την κρούση δίνονται $\upsilon_1{}' = 1\,\frac{m}{s}$, $\upsilon_2{}' = 5\,\frac{m}{s}$

Παρατηρούμε ότι ισχύει η σχέση $\upsilon_1 + \upsilon_1{}' = \upsilon_2 + \upsilon_2{}'$, η οποία στην κεντρική κρούση δύο σφαιρών ισχύει μόνο αν αυτή είναι **ελαστική**.

<u>2ος τρόπος:</u>

Με δεδομένες τις τιμές των ταχυτήτων των δύο σφαιρών πριν και μετά την κρούση, εφαρμόζουμε για το σύστημά τους, την αρχή διατήρησης της ορμής για την κρούση μεταξύ τους:

$$\vec{p}_{\sigma\upsilon\sigma\tau}^{\,\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\sigma\upsilon\sigma\tau}^{\,\mu\varepsilon\tau\alpha}$$

$$m_1 \cdot \upsilon_1 + m_2 \cdot \upsilon_2 = m_1\upsilon_1{}' + m_2 \cdot \upsilon_2{}'$$

$$3 \cdot m_1 - m_2 = m_1 + 5 \cdot m_2$$

$$2 \cdot m_1 = 6 \cdot m_2 \;, \quad m_1 = 3 \cdot m_2$$

Η κρούση των δύο σφαιρών ασφαλώς δεν είναι πλαστική, αφού δεν δημιουργήθηκε συσσωμάτωμα και οι δύο σφαίρες μετά την κρούση κινούνται ανεξάρτητα η μια από την άλλη. Για να αποφασίσουμε αν η κρούση των δύο σφαιρών είναι ελαστική, πρέπει να συγκρίνουμε τις κινητικές ενέργειες του συστήματος των δύο σφαιρών πριν και μετά την κρούση. Μπορούμε γι αυτό να δημιουργήσουμε ένα κλάσμα:

ΑΠΑΝΤΗΣΗ
νέο φροντιστήριο

$$\frac{K_{συστ}^{πριν}}{K_{συστ}^{μετά}} = \frac{\frac{1}{2}\cdot m_1\cdot υ_1^2 + \frac{1}{2}\cdot m_2\cdot υ_2^2}{\frac{1}{2}\cdot m_1\cdot υ'^2_1 + \frac{1}{2}\cdot m_2\cdot υ'^2_2} = \frac{3\cdot m_2\cdot υ_1^2 + m_2\cdot υ_2^2}{3\cdot m_2\cdot υ'^2_1 + m_2\cdot υ'^2_2} = \frac{3\cdot υ_1^2 + υ_2^2}{3\cdot υ'^2_1 + υ'^2_2} = \frac{3\cdot 9 + 1}{3\cdot 1 + 25} = 1$$

Καταλήξαμε ότι $K_{συστ}^{πριν} = K_{συστ}^{μετά}$, άρα η κρούση των δύο σφαιρών ήταν **ελαστική**.

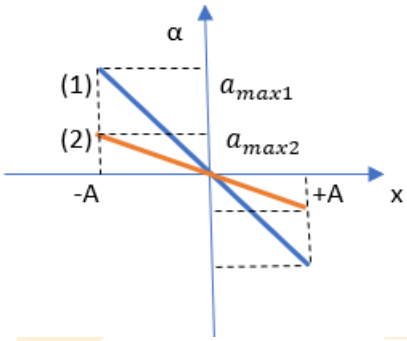
Μονάδες 9

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 2

2.1. Δίνεται στην παρακάτω εικόνα η γραφική παράσταση της τιμής της επιτάχυνσης α σε σχέση με την απομάκρυνση x για δύο διαφορετικές ταλαντώσεις. Και στις δύο περιπτώσεις η μάζα των σωμάτων που εκτελούν τις ταλαντώσεις έχει την ίδια τιμή.



Η περίοδος της κάθε ταλάντωσης είναι αντίστοιχα T_1 και T_2. Εάν τις συγκρίνουμε θα έχουμε ότι:

(α) $T_1 = T_2$, **(β)** $T_1 > T_2$, **(γ)** $T_1 < T_2$

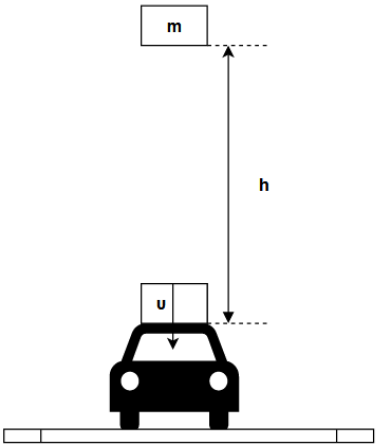
2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Τσιμεντόλιθος έπεσε από το μπαλκόνι κατοικίας πρώτου ορόφου και προξένησε ζημιές σε σταθμευμένο όχημα. Διεκδικώντας αποζημίωση η δικηγόρος του θύματος, αναφέρει τα εξής : « … Όταν μια πέτρα αφήνεται από κάποιο ύψος, θα έχει, με απλούς νόμους της φυσικής (ταχύτητα επί μάζα), μεγαλύτερο βάρος όταν φθάσει στην …». Με τις γνώσεις που έχετε ως μαθητές τμήματος φυσικής προσανατολισμού της Γ΄ Λυκείου καλείστε να γνωμοδοτήσετε σχετικά με τον ισχυρισμό αυτό.



Στην αναφορά σας καταλήξατε ότι:

(α) Κατά τη διάρκεια της σύγκρουσης το κινούμενο σώμα ασκεί στο άλλο δύναμη ίση με το βάρος του.

(β) Κατά τη διάρκεια της σύγκρουσης το κινούμενο σώμα ασκεί στο άλλο μεγαλύτερη δύναμη από το βάρος του.

(γ) Κατά τη διάρκεια της σύγκρουσης το κινούμενο σώμα ασκεί στο άλλο μικρότερη δύναμη από το βάρος του.

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης παρατηρούμε ότι οι ταλαντώσεις έχουν το ίδιο πλάτος. Επίσης, αν συγκρίνουμε τη μέγιστη τιμή της επιτάχυνσης της κάθε ταλάντωσης χωριστά, θα έχουμε:

$$a_{max1} > a_{max2} \quad \text{ή}$$

$$\omega_1^2 \cdot A > \omega_2^2 \cdot A \quad \text{ή} \quad \omega_1 > \omega_2 \quad \text{ή}$$

$$\frac{2\pi}{T_1} > \frac{2\pi}{T_2} \quad \text{ή} \quad T_1 < T_2$$

Μονάδες 8

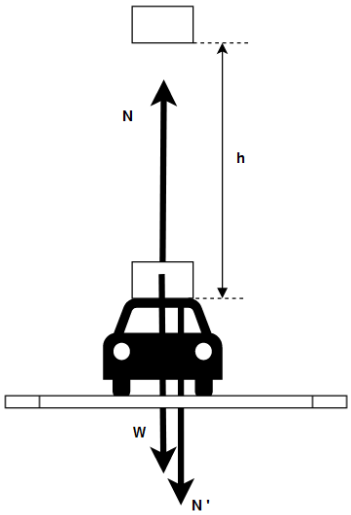
2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Οι δυνάμεις που ασκούνται στον τσιμεντόλιθο κατά την διάρκεια της κρούσης είναι το βάρος του $\vec{W}$ και η δύναμη $\vec{N}$ που δέχεται από την οροφή του αυτοκινήτου. Η οροφή δέχεται τη δύναμη $\vec{N'}$. Τα μέτρα των δυνάμεων $\vec{N}$ και $\vec{N'}$ είναι ίσα μεταξύ τους (Δράση – Αντίδραση).



$$\sum \vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} \quad \text{ή}$$

$$\vec{N} + \vec{W} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} \quad \text{ή}$$

$$\vec{N} + \vec{W} = \frac{\vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{P}_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t} \quad \text{ή}$$

$$-N + W = \frac{0 - m \cdot \upsilon}{\Delta t} \quad \text{ή}$$

$$N = W + \frac{m \cdot \upsilon}{\Delta t}$$

Αιτιολογική έκθεση: Πράγματι, η υπεράσπιση είχε δίκιο όσον αφορά την σύγκριση του βάρους του τσιμεντόλιθου με την δύναμη που θα δεχθεί το αυτοκίνητο κατά την πρόσκρουση.

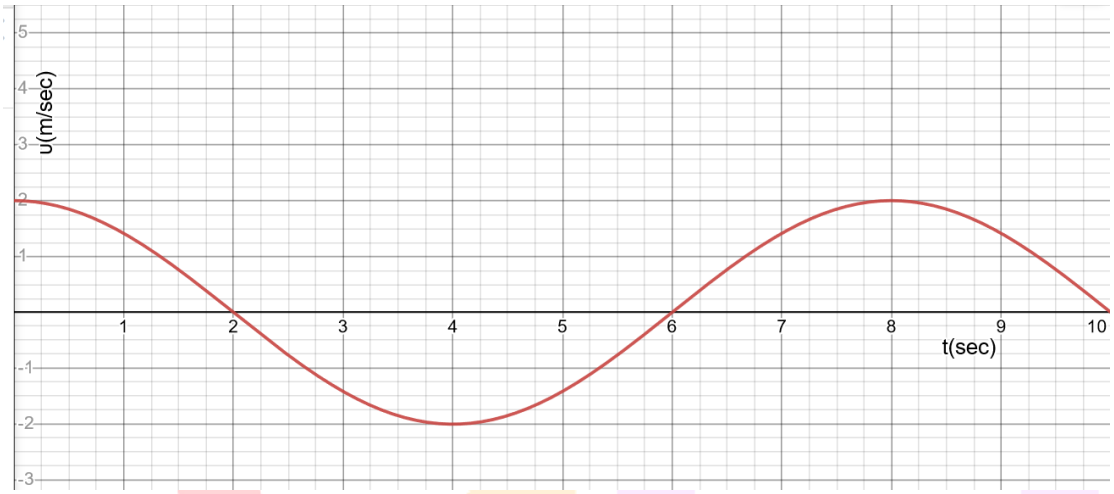
Μονάδες 9

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 2

2.1.Η γραφική παράσταση της τιμής της στιγμιαίας ταχύτητας υ σε σχέση με τον χρόνο για ένα σημειακό αντικείμενο που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε ευθεία γραμμή φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Στο χρονικό διάστημα από το $6o$ μέχρι το $8o$ δευτερόλεπτο τα διανύσματα της ταχύτητας $\vec{\upsilon}$ και της συνισταμένης δύναμης $\Sigma\vec{F}$:



(α) είναι ομόρροπα μεταξύ τους.

(β) είναι αντίρροπα μεταξύ τους.

(γ) είναι κάθετα μεταξύ τους.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

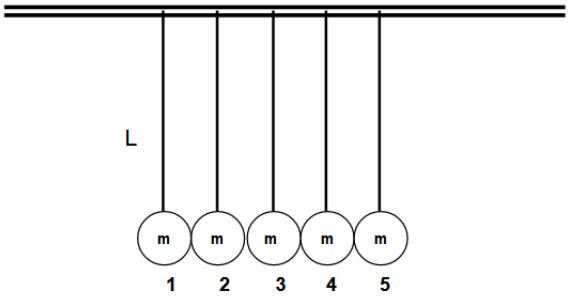
Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Πέντε όμοιες σφαίρες από χάλυβα είναι κρεμασμένες με νήματα ίδιου μήκους L όπως στο παρακάτω σχήμα. Στην αρχική τους θέση εφάπτονται η μία με την άλλη και τα νήματα είναι παράλληλα μεταξύ τους. Διατηρώντας το νήμα τεντωμένο, εκτρέπουμε την σφαίρα 5 κατά γωνία φ πάνω στο επίπεδο που ορίζουν τα νήματα, ώστε να ανέλθει σε ύψος h και στη συνέχεια την αφήνουμε ελεύθερη. Αν θεωρήσουμε όλες τις κρούσεις κεντρικές και ελαστικές και το σύστημα απαλλαγμένο από τριβές, το αποτέλεσμα θα είναι:

νέο φροντιστήριο



(α) η σφαίρα 5 να συγκρουστεί με τις άλλες που ηρεμούν και να ακινητοποιηθεί, ενώ μόνο η σφαίρα 1 θα κινηθεί, ανερχόμενη σε ύψος μεγαλύτερο από h.

(β) να εκτραπούν όλες οι σφαίρες προς τα αριστερά κατά την ίδια γωνία φ.

(γ) η σφαίρα 5 να συγκρουστεί με τις άλλες που ηρεμούν και να ακινητοποιηθεί, ενώ μόνο η σφαίρα 1 θα κινηθεί, ανερχόμενη σε ύψος h, ενώ οι σφαίρες 2, 3 και 4 θα παραμείνουν ακίνητες.

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

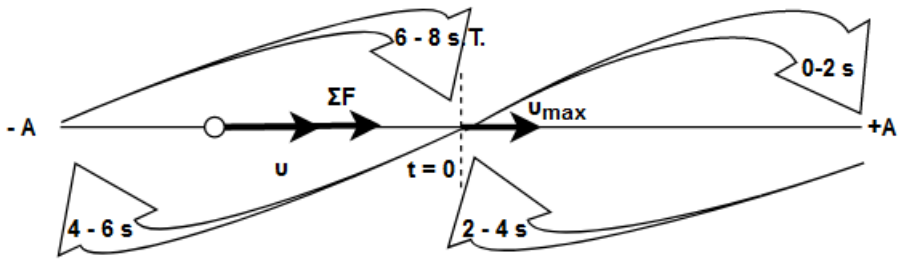
2.1.Β.

Α΄ τρόπος

Από τον Θεμελιώδη Νόμο της Μηχανικής γνωρίζουμε ότι το διάνυσμα της συνισταμένης δύναμης $\Sigma\vec{F}$ είναι ομόρροπο της επιτάχυνσης $\vec{\alpha}$. Από την γραφική παράσταση φαίνεται ότι στο καθορισμένο χρονικό διάστημα το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται (δηλαδή η κίνηση είναι επιταχυνόμενη), συνεπώς $\vec{\alpha} \uparrow\uparrow \vec{\upsilon}$. Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι $\Sigma\vec{F} \uparrow\uparrow \vec{\upsilon}$

Β΄ τρόπος

Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης παρατηρούμε ότι για $t = 0$ το σώμα έχει μέγιστη θετική ταχύτητα, άρα είναι στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης και κινείται προς την ακραία θέση $+A$. Η περίοδος είναι $T = 8\ sec$. Γνωρίζουμε ότι στο χρονικό διάστημα από 0 μέχρι $\frac{T}{4} = 2\ sec$ το ταλαντευόμενο σώμα μετακινείται κατά A, που είναι το πλάτος. Συνεπώς την στιγμή $\frac{3T}{4} = 6\ sec$ το σώμα θα βρισκόμαστε στην ακραία θέση $-A$. Επίσης στο χρονικό διάστημα $T = 8\ sec$ θα βρεθεί ξανά στη θέση ισορροπίας. Συμπεραίνουμε ότι στο χρονικό διάστημα από το έκτο έως το όγδοο δευτερόλεπτο η κίνηση γίνεται από τη θέση $-A$ έως και την θέση ισορροπίας με ταχύτητα που μεταβάλλεται από 0 μέχρι υ_{max}. Σχεδιάζουμε τα διανύσματα της ταχύτητας $\vec{\upsilon}$ και της συνισταμένης δύναμης $\sum\vec{F}$ που έχουν την ίδια φορά.



Μονάδες 8

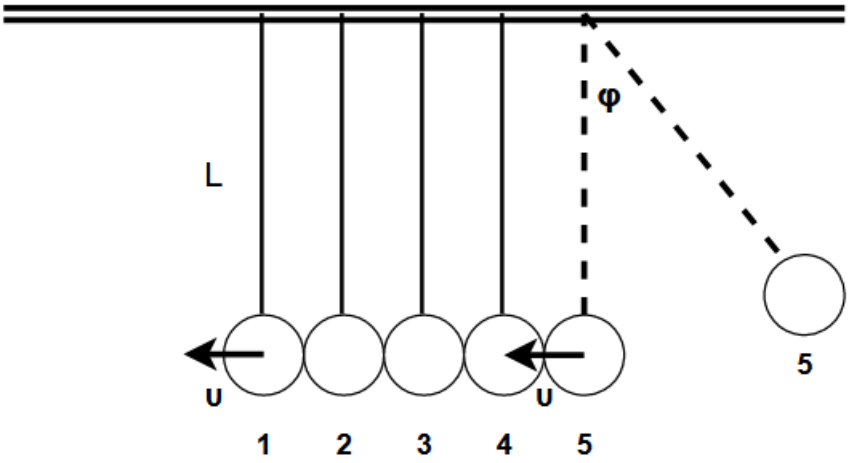
2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Ακριβώς πριν την κρούση η σφαίρα 5 θα έχει αποκτήσει οριζόντια ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ με φορά προς τα αριστερά. Αφού οι σφαίρες έχουν ίσες μάζες, κατά την κρούση ανταλλάσσουν ταχύτητες, οπότε η 5 ακινητοποιείται και η 4 αρχίζει να κινείται προς τα αριστερά με ταχύτητα $\vec{\upsilon}$. Η επόμενη κρούση ακινητοποιεί την 4 και μεταβιβάζει την ταχύτητα στην 3. Το ίδιο συμβαίνει στις διαδοχικές κρούσεις μεταξύ των 3 με 2 και 2 με 1.



Δηλαδή έχουμε σειρά διαδοχικών, κεντρικών κι ελαστικών κρούσεων κάθε σφαίρας με εκείνη που βρίσκεται στα αριστερά της, με αποτέλεσμα να μεταβιβάζεται ολόκληρη η ενέργεια και η ορμή της και η ίδια να μένει ακίνητη. Η σφαίρα 1 αρχίζει να κινείται με ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ και ανέρχεται στο ίδιο ύψος με εκείνο από το οποίο έπεσε η πρώτη σφαίρα.

Μονάδες 9

ΑΠΑΝΤΗΣΗ
νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 2

2.1. Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του 10 φορές κάθε δευτερόλεπτο. Η περίοδος της ταλάντωσης T είναι:

(α) $0{,}2\ s$, (β) $0{,}10\ s$, (γ) $5\ s$

2.1.Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

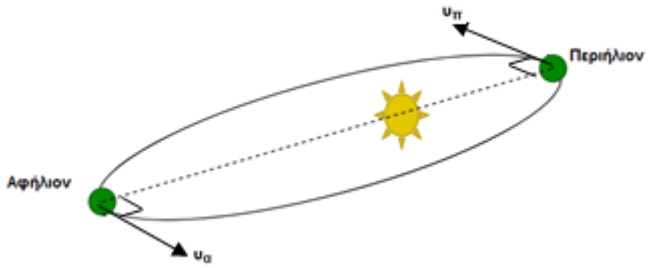
Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Σε μάθημα του ομίλου της αστρονομίας, οι μαθητές μελετούν την κίνηση της Γης γύρω από τον Ήλιο. Μαθαίνουν ότι Αφήλιο είναι το σημείο στο οποίο η Γη βρίσκεται στη μεγαλύτερη απόσταση από τον Ήλιο και περιήλιο είναι το σημείο της τροχιάς της που βρίσκεται στη μικρότερη απόσταση (βλ. σχ.). Να σημειωθεί ότι το διάνυσμα της ταχύτητας είναι κάθετο στην ακτίνα στις δύο αυτές θέσεις. Όταν η Γη βρίσκεται στο αφήλιο της ελλειπτικής τροχιάς της, η απόσταση της από τον Ήλιο είναι $1{,}52 \cdot 10^{11}\ m$ και το μέτρο της ταχύτητας της είναι $2{,}93 \cdot 10^{11}\ \frac{m}{s}$. Όταν βρίσκεται στο περιήλιο η απόσταση της είναι $1{,}47 \cdot 10^{11} m$.

Κατά την μελέτη της κίνησης αυτής τα δύο σώματα μπορούν να θεωρηθούν ως υλικά σημεία.



Το μέτρο της ταχύτητας της Γης στο περιήλιο είναι:

(α) $2 \cdot 10^{10}\ \frac{m}{s}$, **(β)** $1{,}05 \cdot 10^{5}\ \frac{m}{s}$, **(γ)** $3{,}03 \cdot 10^{11}\ \frac{m}{s}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

νέο φροντιστήριο

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Σε κάθε περίοδο, ο ταλαντωτής διέρχεται δύο φορές από την θέση ισορροπίας του η αντίστροφα δύο διελεύσεις από τη θέση ισορροπίας σημαίνουν την εκτέλεση μιας ταλάντωσης. Από τα δεδομένα έχουμε 10 διελεύσεις σε $1\ s$, δηλαδή 5 ταλαντώσεις σε $1\ s$. Άρα η συχνότητα είναι:

$$f = \frac{N}{t} = \frac{5}{1} = 5\ \text{Hz}$$

και η περίοδος είναι: $T = \frac{1}{f} = 0{,}2\ s$.

Μονάδες 8

2.2.

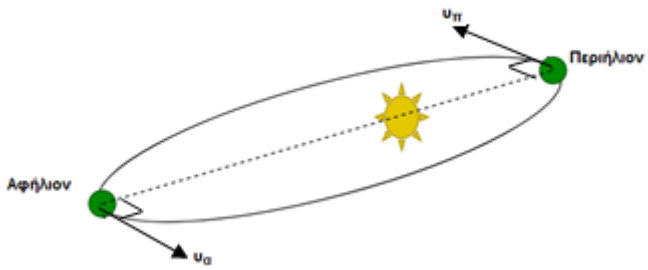
2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η Γη έχει στροφορμή εξαιτίας της κίνησής της γύρω από τον ήλιο.

Η βαρυτική δύναμη που αναπτύσσεται μεταξύ της Γης και του Ήλιου είναι εσωτερική του συστήματος. Επειδή η δύναμη αυτή δε δημιουργεί ροπή, αφού ο φορέας της διέρχεται από τον Ήλιο, δηλαδή το κέντρο μάζας του συστήματος, η στροφορμή της Γης παραμένει σταθερή.



$L_{\alpha\rho\chi} = L_{\tau\varepsilon\lambda}$ ή $m\upsilon_a r_a = m\upsilon_\pi r_\pi$ ή $2{,}93 \cdot 10^{11}(\frac{m}{s}) \cdot 1{,}52 \cdot 10^{11}(m) = \upsilon_\pi \cdot 1{,}47 \cdot 10^{11}(m)$ ή

$$\upsilon_\pi = \frac{2{,}93 \cdot 1{,}52 \cdot 10^{11}}{1{,}47}\frac{m}{s} \quad \text{ή} \quad \upsilon_\pi = \frac{4{,}45 \cdot 10^{11}}{1{,}47}\frac{m}{s} \quad \text{ή} \quad \upsilon_\pi = 3{,}03 \cdot 10^{11}\frac{m}{s}$$

Μονάδες 9