

ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ

2023

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ
& ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ



νέο φροντιστήριο
ΗΛΙΟΥΠΟΛΗΣ

...ΚΑΛ ΠΕΤΥΧΕΣ!

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΚΑΤΕΡΙΝΑ ΓΚΡΕΜΥΛΟΓΙΑΝΝΗ
ΝΙΚΟΣ ΤΣΟΥΣΗΣ
ΔΗΜΗΤΡΗΣ ΚΟΚΚΙΝΟΣ

55

ΧΡΟΝΙΑ
ΔΙΔΑΣΚΟΥΜΕ ΤΗΝ
ΕΠΙΤΥΧΙΑ!

www.neo.edu.gr

 νέο φροντιστήριο	ΜΑΘΗΜΑ - ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΗ ΥΛΗ	ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ - ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗ ΓΛΩΣΣΑ
	ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ	ΓΚΡΕΜΥΛΟΓΙΑΝΝΗ ΚΑΤΕΡΙΝΑ
	ΤΜΗΜΑ	Γ' ΕΝΙΑΙΟ
	ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΟ	ΗΛΙΟΥΠΟΛΗΣ
	ΔΙΑΡΚΕΙΑ	3 ΩΡΕΣ

Κείμενο 1

Τι 'ν' αυτό που το λέμε αγάπη

«Αγάπη δεν είναι να κοιτάζει ο ένας τον άλλο, αγάπη είναι να κοιτάζουν και οι δύο προς την ίδια κατεύθυνση» (Μπουσκάλια).

Κάθε προσπάθεια ορισμού ή έστω μιας εννοιολογικής προσέγγισης της έννοιας αγάπη προσκρούει πάντα στις πολλαπλές αποχρώσεις της που αφορούν το βαθύτερο περιεχόμενό της, τη διάρκειά της, την έντασή της και το αντικείμενο. Η δυσκολία του ορισμού δεν απορρέει μόνο από το γεγονός ότι συνιστά μια αφηρημένη έννοια αλλά κι από τη διαπίστωση ότι είναι ένα συναίσθημα που από τη φύση του είναι υποκειμενικό, και γι' αυτό επιδέχεται πολλές κι αντιτιθέμενες ερμηνείες.

Διαφορετικά την προσεγγίζουν οι βιολόγοι, οι ψυχολόγοι, οι φιλόσοφοι, οι καλλιτέχνες..... υπάρχουν κι εκείνοι που αδυνατούν να διακρίνουν τις διαφορές και τα όρια ανάμεσα στην αγάπη και στον έρωτα. Ο έρωτας χαρακτηρίζεται από τα θυελλώδη συναισθήματα, ενώ η αγάπη από τον ειρηνικό της χαρακτήρα. Στον έρωτα κυριαρχεί ένας παραλογισμός κι ένα ανεξέλεγκτο συναίσθημα που πυροδοτεί τον ψυχικό κόσμο. Αντίθετα, στην αγάπη κυριαρχεί η σωφροσύνη που αποτελεί και το βάθρο μιας υγιούς ανθρώπινης σχέσης με εσωτερικό περιεχόμενο και διάρκεια. Έτσι, έχουμε την μητρική αγάπη, την ερωτική, την υπερβατική αγάπη προς το θείο, τη φιλική, αδελφική, πατριωτική, την αγνή, την άδοξη, τη φλογερή ή την αρρωστημένη.

Ο Έριχ Φρομ στο εμβληματικό του έργο «Η Τέχνη της Αγάπης» θεωρεί πως «να αγαπάς προϋποθέτει το άτομο να έχει ξεπεράσει τη ναρκισσιστική παντοδυναμία». Αυτή η πρόταση υποδηλώνει και αισθητοποιεί πως η προσφορά αγάπης προϋποθέτει τον απεγκλωβισμό του υποκειμένου από τα δεσμά του ναρκισσισμού. Κι αυτό γιατί η αυτάρκεια και η δύναμη που γεννά ο ναρκισσισμός αναστέλλει κάθε εκδήλωση αγάπης προς τους άλλους. Ο ναρκισσιστής θαμπώνεται από το φωτεινό είδωλο του Εγώ του και αρκείται στην επιβεβαίωσή του μέσα από τον αυτοθαυμασμό του.

Σε ένα άλλο επίπεδο ο Έριχ Φρομ θέτει ως προϋπόθεση της αγάπης το σεβασμό, που «δεν είναι φόβος ή δέος, αλλά σημαίνει την ικανότητα να βλέπεις ένα άτομο όπως είναι και να έχεις επίγνωση της μοναδικής του ατομικότητας». Αυτό σημαίνει πως το υποκείμενο της αγάπης έχει την ικανότητα να βλέπει το πρόσωπο – αντικείμενο της αγάπης στις πραγματικές του διαστάσεις και όχι όπως αυτό (υποκείμενο) θα ήθελε να είναι. Ο σεβασμός, δηλαδή, απομακρύνει κάθε υποκειμενική θεώρηση του άλλου και θρυμματίζει κάθε εγωιστική συμπεριφορά.

Αγάπη, επομένως, χωρίς «όρους και όρια» προς όλους και προς τον εαυτό μας, γιατί μόνον έτσι θα εξανθρωπίσουμε τον κόσμο και θα λυτρώσουμε τον ψυχισμό μας από το φθόνο και το φόβο των άλλων.

Κείμενο 2

Να μην αγαπηθώ για να μην καλομάθω!

Μια ηλικιωμένη κυρία, όταν προσφέρθηκα να τη βοηθήσω με τα ψώνια της στο ταμείο του σούπερ μάρκετ, μου αποκρίθηκε: «Δεν θέλω, γιατί είμαι μόνη και δεν πρέπει να συνηθίσω στη βοήθεια. Θα καλομάθω». Έχοντας καθυστερήσει ελαφρώς, βάζει στην τσάντα της το τελευταίο αντικείμενο και μου λέει πριν φύγει: «σου αδειάζω τη γωνιά».

Αυτές οι λέξεις αιχμαλώτισαν για ώρα τη σκέψη μου. Φαντάστηκα τη γυναίκα με κόπο να προσπαθεί να σύρει τα ψώνια της. Αναρωτήθηκα για τη μοναξιά της. Πόσο οδυνηρό είναι να μην αφήνεις τον εαυτό σου να δεχτεί μια πράξη φροντίδας, προκειμένου να μη συνηθίσει; Άραγε ποια να ήταν η τελευταία φορά που ένιωσε την τρυφερότητα του Άλλου;

Να μην αγαπηθώ για να μην καλομάθω. Να αποκλείσω κάθε προσέγγιση μοιράσματος για να μην τονιστεί η μεγάλη μοναξιά μου. Να αδειάσω τη γωνιά, γιατί υπάρχοντας γίνομαι ενοχλητική. Δεν θέλω να γίνομαι βάρος, να καθυστερώ τους άλλους που ζουν με ενέργεια, με συνδιαλλαγές, με νόημα στη ζωή τους. Να φύγω γρήγορα και να κρυφτώ στην φωλιά μου, να απομονωθώ όσο γίνεται από τη θέαση των υπολοίπων γιατί δεν αξίζω.

Και μετά αναρωτήθηκα αν αυτή η ανάγκη της να μη βοηθηθεί για να μην καλομάθει υπήρξε ο τρόπος της να υπάρχει σε όλη τη διάρκεια της ζωής της και όχι μόνο στην παρούσα φάση. Αν στη дуάδα με τον πρωταρχικό φροντιστή της (τη μητέρα) δεν κρατήθηκε επαρκώς, ώστε να νιώσει ξεχωριστή και ικανή να αγαπηθεί. Αν έζησε την έλλειψη αγάπης από τον άνθρωπο που χρειαζόταν να τη φροντίσει και όρθωσε την ασπίδα της αυτάρκειας ως τρόπου επιβίωσης.

Άραγε η ανάγκη της να μου αδειάσει τη γωνιά αποκαλύπτει το τμήμα του ψυχισμού της που την κάνει να νιώθει περιττή; Που καθρεφτίστηκε στα μάτια μιας μητέρας, η οποία δεν επένδυσε σε αυτή, δεν ονειροπόλησε γι' αυτήν, αλλά την βίωνε ως ενόχληση; Που χρειάστηκε να αποσιωπήσει τις ανάγκες της για να μην επιβαρύνει; Η γυναίκα έβαλε μια σακούλα με σοκολατάκια στην τσάντα της και έφυγε. Μήπως εν τέλει έχει τρόπους να χαρεί τα σοκολατάκια της και είναι οι δικοί μου φόβοι που προβλήθηκαν πάνω της; Μήπως με κινητοποίησε να συνδεθώ με κομμάτια του δικού μου ψυχισμού, με υπαρξιακούς φόβους και αγωνίες, κοινές για όλους τους ανθρώπους;

Μακάρι να γνώριζε πως μου έκανε ένα δώρο, να με συγκινήσει με τη στάση της, να με κάνει να ταρακουνήσω τα λιμνάζοντα νερά του δικού μου μικρόκοσμου και να διαπιστώσω ακόμα πιο βαθιά την ανάγκη μοιράσματος και επαφής. Μακάρι να γνώριζε πως μπορεί να αγαπηθεί και να εκτιμηθεί από ανθρώπους γύρω της, πως η αναζήτηση ενός βλέμματος αποδοχής μπορεί να υπήρξε τραυματική στο παρελθόν, αλλά δεν αποκλείει το να μπορεί να απαντηθεί με μια αγκαλιά στέρεη και δοτική, που θα την κρατήσει με σταθερότητα και ζωντάνια. Μακάρι να γνώριζε...

(Το παραπάνω κείμενο ανήκει στην Αγγελική Κουτελιά και αποτελεί άρθρο που δημοσιεύτηκε στον ιστότοπο <https://www.psychologynow.gr/arhra-psychiologias> στις 18 Δεκεμβρίου 2019.

Κείμενο 3

Της αγάπης

Το παρακάτω ποίημα είναι του Κώστα Ουράνη και ανήκει στην ποιητική του συλλογή «Αποδημίες» (Ποιήματα του 1953).

Να 'ξερες πώς λαχτάριζα τον ερχομό σου, Αγάπη
που ίσαμε τα σήμερα δε σ' έχω νιώσει ακόμα,
μα που ένστικτα το είναι μου σ' αναζητούσεν, όπως
τη γόνιμη άξαφνη βροχή το στεγνωμένο χώμα!
Πόσες φορές αλίμονο! δε γιόρτασα, θαρρώντας
πως επιτέλους έφτασες, Εσύ πού 'χες αργήσει:
Σα μυγδαλιά, που ηλιόλουστες ημέρες του χειμώνα
τη ξεγελάνε, βιάζονταν κι εμέ η ψυχή ν' ανθίσει.
Μα δεν ερχόσουν ποτέ και μέρα με τη μέρα,
τ' άνθια σωριάζονταν στη γης από τον κρύο αγέρα
κι είναι η ψυχή μου πιο γυμνή παρά προτού ν' ανθίσει
και σήμερα, που η Νιότη μου γέρνει αργά στή δύση,
του ερχομού σου σβήνεται κι η τελευταία ελπίδα:
- Φοβάμαι πως επέρασες, Αγάπη και δεν σ' είδα!...

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδώσετε συνοπτικά σε 50 - 60 λέξεις τις προϋποθέσεις που θέτει ο Φρομ στο έργο του *Η Τέχνη της Αγάπης*, έτσι ώστε να αναπτυχθεί η αγάπη.

Μονάδες 20

ΘΕΜΑ Β

B1. Με βάση τα **Κείμενα 1** και **2** να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω περιόδους λόγου ως σωστές ή λανθασμένες, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε περίοδο, τη λέξη Σωστό ή Λάθος (δεν χρειάζεται να αναφέρετε συγκεκριμένο χωρίο κειμένου).

α. Το συναίσθημα της αγάπης μπορεί να αποτυπωθεί διαφορετικά από τον κάθε άνθρωπο, όμως όλοι συγκλίνουν σε έναν βέβαιο ορισμό.

β. Ο έρωτας και η αγάπη είναι δύο θυελλώδη συναισθήματα που συνταράσσουν τον ψυχικό κόσμο των ανθρώπων.

γ. Ο άνθρωπος μέσω της αγάπης καταφέρνει να εξανθρωπιστεί.

δ. Στο **κείμενο 2** η συγγραφέας αντιλαμβάνεται πως η ηλικιωμένη γυναίκα δεν έχει αγαπηθεί, για αυτό δεν δέχεται την προσφορά βοήθειας από εκείνη.

ε. Ευχή της συγγραφέως του **κειμένου 2** είναι να μπορέσει να γνωρίσει η ηλικιωμένη την αγάπη που ίσως στερήθηκε στο παρελθόν.

Μονάδες 5

B2. α. «Η Τέχνη της Αγάπης », «δεν είναι φόβος ή δέος, αλλά σημαίνει την ικανότητα να βλέπεις ένα άτομο όπως είναι και να έχεις επίγνωση της μοναδικής του ατομικότητας» : να δικαιολογήσετε τη χρήση των εισαγωγικών (μονάδες 5)

β. Να εντοπίσετε σημεία στο **Κείμενο Ι** που καθιστούν το κείμενο **α)** οικείο (1 σημείο) **β)** λυρικό (1 σημείο)

(μονάδες 5)

γ. « Ο σεβασμός, δηλαδή, απομακρύνει κάθε υποκειμενική θεώρηση του άλλου και θρυμματίζει κάθε εγωιστική συμπεριφορά. Αγάπη, επομένως, χωρίς «όρους και όρια» προς όλους και προς τον εαυτό μας, γιατί μόνον έτσι θα εξανθρωπίσουμε τον κόσμο και θα λυτρώσουμε τον ψυχισμό μας από το φθόνο και το φόβο των άλλων. » Να αναπτύξετε σε 50- 60 λέξεις το περιεχόμενο του αποσπάσματος.

(μονάδες 5)

Μονάδες 15

B3. Πρόθεση της συντάκτριας του κειμένου II είναι να αναδείξει τις συνέπειες στην ζωή των ανθρώπων από την απουσία της αγάπης. Να αναφέρετε τρεις (3) διαφορετικές γλωσσικές επιλογές με τις οποίες επιτυγχάνει το στόχο της, παραθέτοντας τα αντίστοιχα χωρία (μονάδες 6) και να εξηγήσετε τη λειτουργία καθεμιάς από αυτές στο κείμενο. (μονάδες 9)

Μονάδες 15

Θέμα Γ

Γ1. Ποια πικρία εκφράζει το ποιητικό υποκείμενο ; Να τεκμηριώσετε την απάντησή σας με τρεις (3) κειμενικούς δείκτες. Γιατί θεωρείτε πως ο άνθρωπος δεν βρίσκει την αγάπη εύκολα, ενώ την αναζητά με λαχτάρα ;

Μονάδες 15

Θέμα Δ

Σε εκδήλωση που πραγματοποιεί το σχολείο σας με αφορμή ένα ακραίο περιστατικό βίας που σημειώθηκε μεταξύ των συμμαθητών σας αναλαμβάνετε να εκφωνήσετε ομιλία με σκοπό να αναδείξετε την αξία της αγάπης μεταξύ των ανθρώπων. (350-400 λέξεις)

Μονάδες 30

Ευχόμαστε επιτυχία!

 νέο φροντιστήριο	ΜΑΘΗΜΑ - ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΗ ΥΛΗ	ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ - ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗ ΓΛΩΣΣΑ
	ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ	ΓΚΡΕΜΥΛΟΓΙΑΝΝΗ ΚΑΤΕΡΙΝΑ
	ΤΜΗΜΑ	Γ ΕΝΙΑΙΟ
	ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΟ	ΗΛΙΟΥΠΟΛΗΣ
	ΔΙΑΡΚΕΙΑ	

A1. Σύμφωνα με τον Φρόμ η αγάπη αναπτύσσεται βάσει δύο προϋποθέσεων. Η αρχική προϋπόθεση είναι η υπέρβαση του ναρκισσισμού. Αυτός δεσμεύει την αγάπη , γιατί δεν αφήνει περιθώρια στον νάρκισσο να αγαπήσει άλλο πρόσωπο , εκτός από το είδωλό του. Η δεύτερη προϋπόθεση είναι ο σεβασμός του άλλου ως μοναδική προσωπικότητα .Αναφέρεται στον σεβασμό που απομακρύνει τον εγωισμό και δεν επιτρέπει προσωπικές θεωρήσεις.

B1. α. Λ β. Λ γ. Σ δ. Λ ε. Λ

B2. α.

«Η Τέχνη της Αγάπης » : πρόκειται για τον τίτλο του έργου του Φρομ.

«δεν είναι φόβος ή δέος, αλλά σημαίνει την ικανότητα να βλέπεις ένα άτομο όπως είναι και να έχεις επίγνωση της μοναδικής του ατομικότητας»: αυτούσια τα λόγια του Φρομ από το έργο του.

B2. β. οικείο ύφος : μόνον έτσι **θα εξανθρωπίσουμε** τον κόσμο και **θα λυτρώσουμε τον ψυχισμό μας** από το φθόνο και το φόβο των άλλων. **Η χρήση του α΄ πληθυντικού προσώπου** καθιστά το κείμενο οικείο μιας και πρόκειται για **συναίσθημα που αφορά όλους μας.**

λυρικό ύφος : Ο ναρκισσιστής **θαμπώνεται** από το φωτεινό είδωλο του Εγώ του. Γίνεται χρήση της **ποιητικής λειτουργίας** του λόγου.

B2.γ. « Ο σεβασμός, δηλαδή, απομακρύνει κάθε υποκειμενική θεώρηση του άλλου και θρυμματίζει κάθε εγωιστική συμπεριφορά. »

Ο σεβασμός στην προσωπικότητα του άλλου είναι προϋπόθεση για την αγάπη. Γιατί όταν υπάρχει σεβασμός, επομένως και αποδοχή των ιδιαίτερων χαρακτηριστικών της άλλης προσωπικότητας, τότε κάθε προσωπική σκέψη απομακρύνεται. Η αποδοχή του άλλου δεν επιτρέπει εγωϊστικές εξάρσεις που υπόκεινται σε προσωπικές εκτιμήσεις . Οι ουσιαστικές σχέσεις είναι αυτές που συμβάλλουν στην ολοκλήρωση της προσωπικότητας και του εξευγενισμού των παθών του ανθρώπου.

B3. 1^ο χωρίο « *Να μην αγαπηθώ για να μην καλομάθω. Να αποκλείσω κάθε προσέγγιση μοιράσματος για να μην τονιστεί η μεγάλη μοναξιά μου. Να αδειάσω τη γωνιά, γιατί υπάρχοντας γίνομαι ενοχλητική. Δεν θέλω να γίνομαι βάρος, να καθυστερώ τους άλλους που ζουν με ενέργεια, με συνδιαλλαγές, με νόημα στη ζωή τους. Να φύγω γρήγορα και να κρυφτώ στην φωλιά μου, να απομονωθώ όσο γίνεται από τη θέαση των υπολοίπων γιατί δεν αξίζω.* »

2^ο χωρίο «σου αδειάζω τη γωνιά».

3^ο χωρίο « Άραγε η ανάγκη της να μου αδειάσει τηγωνιά αποκαλύπτει το τμήμα του ψυχισμού της που την κάνει να νιώθει περιττή; Που καθρεφτίστηκε στα μάτια μιας μητέρας, η οποία δεν επένδυσε σε αυτή, δεν ονειροπόλησε γι' αυτήν, αλλά την βίωνε ως ενόχληση; Που χρειάστηκε να αποσιωπήσει τις ανάγκες της για να μην επιβαρύνει;»

1^ο :Στο πρώτο χωρίο έχουμε τη χρήση υποτακτικής έγκλισης, να + ρήμα... με την **υποτακτική έγκλιση** εκφράζεται η επιθυμία της ηλικιωμένης να αρνηθεί κάθε εκδήλωση αγάπης και τρυφερότητας από τους άλλους αφού η ίδια θεωρεί πως η αγάπη και η φροντίδα θα την καλομάθουν , θα την γεμίσουν προσδοκίες από τους άλλους και αργότερα θα γίνει βάρος στους άλλους. Παράλληλα με τη χρήση της υποτακτικής έγκλισης υπάρχει και το ασύνδετο σχήμα στο συγκεκριμένο χωρίο που καθιστά τον λόγο παραστατικό , έντονο και τονίζει παράλληλα την ψυχολογική κατάσταση της ηλικιωμένης.

2^ο : Στο δεύτερο χωρίο η χρήση της ποιητικής λειτουργίας του λόγου **αδειάζω τηγωνιά** εκφράζει τη συναισθηματική φόρτιση της ηλικιωμένης . Η ίδια φανερώνεται με χαμηλή αυτοεκτίμηση, με αποτέλεσμα να οδηγείται στην αυτολύπηση. Παράλληλα η χρήση της ποιητικής λειτουργίας του λόγου δημιουργεί συναισθήματα στεναχώριας στον αναγνώστη για την ψυχική κατάστασή της.

3^ο : Στο τρίτο χωρίο τα αλληπάλληλα **ρητορικά ερωτήματα** της συγγραφέας έρχονται για να προβληματίσουν τον αναγνώστη αναφορικά με τις συνέπειες που μπορεί να δεχτεί ο ψυχισμός του ανθρώπου , όταν μεγαλώσει σε περιβάλλον που στερείται αγάπης. Τα συνεχή ερωτήματα φανερώνουν τον εμφαντικό τρόπο που επιδιώκει να αναδείξει η συγγραφέας.

Γ. Το ποιητικό υποκείμενο εκφράζει τη λύπη του και παράλληλα με τη χρήση της(**υποτακτικής έγκλισης**) « νά' ξερες » επιθυμεί να γνωστοποιήσει στην Αγάπη, γιατί δεν μπόρεσε να την βιώσει μέχρι και τη στιγμή που γράφει το ποίημα. « Να 'ξερες πώς λαχτάριζα τον ερχομό σου, Αγάπη που ίσαμε τα σήμερα δε σ' έχω νιώσει ακόμα..» Πολλές φορές πίστεψε πως βρήκε την Αγάπη, μα εξαπατήθηκε όπως οι αμυγαδαλιές που ανθίζουν τον Φλεβάρη (**σχήμα μεταφοράς**) μέσα στον χειμώνα, αφού η Άνοιξη ακόμη δεν έχει έρθει για να καρποφορήσουν. «Σα μυγδαλιά, που ηλιόλουστες ημέρες του χειμώνα τη ξεγελάνε, βιάζονταν κι εμέ η ψυχή ν' ανθίσει.» Η χρήση του **α' ενικού προσώπου** « φοβάμαι » εκφράζει την προσωπική συναισθηματική κατάσταση του ποιητικού υποκειμένου και μάλιστα αναφέρεται στο παρόν. Ανησυχεί πως η Αγάπη διέφυγε της προσοχής του και τώρα μάλλον είναι αργά (**χρήση θαυμαστικού και αποσιωπητικά**) « Φοβάμαι πως επέρασες, Αγάπη και δεν σ' είδα!...»

Ο σύγχρονος άνθρωπος εγκλωβισμένος στο αστικό περιβάλλον με τους φρενήρεις ρυθμούς της καθημερινότητας έχει ασυνείδητα απωλέσει από την ψυχή του τα ευγενή συναισθήματα , όπως αυτό της αγάπης. Η απόκτηση της ύλης έχει μονοπωλήσει το ενδιαφέρον του ,καθώς θεωρεί πως η ευτυχία βρίσκεται ανάμεσα στα υλικά αγαθά. Ταυτόχρονα η κρίση των αξιών και η ηθική εξαχρείωση της κοινωνίας συντελούν καθοριστικά στην απώλεια της αγάπης. Πολλές διαπροσωπικές σχέσεις στηρίζονται στον ωφελμισμό και στο **πάρε- δώσε** που είναι οι αρχές του εμπορίου παρά της σύναψης υγιών σχέσεων. Τέλος τα Μέσα Ενημέρωσης περισσότερο παρουσιάζουν το μίσος, την εκδικητικότητα και τον φόβο αντίθετα από την ασφάλεια και την ηρεμία που παρέχει η αγάπη. Οι άνθρωποι λοιπόν περισσότερο εξοικειωμένοι με τον πλούτο και τη δύναμη που απορρέει από αυτόν θεωρούν πως θα αποκτήσουν την υλική ευμάρεια , εάν είναι επιθετικοί και βίαιοι. Απεναντίας η αγάπη, η τρυφερότητα είναι συναισθήματα που κάνουν τους ανθρώπους μαλθακούς άρα και αποτυχημένους. Επομένως η αγάπη γίνεται ολοένα και περισσότερο δυσεύρετη ,δπαρόλο που όλοι την έχουμε ανάγκη.

Δ.

ΣΧΕΔΙΑΓΡΑΜΑ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΛΟΓΟΥ


ΔΕΔΟΜΕΝΑ	ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ
<p>Α. ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ- ΟΜΙΛΙΑ :</p> <p>ΠΡΟΣΦΩΝΗΣΗ (Αγαπητοί συμμαθητές, συμμαθήτριες)</p> <p>ΑΠΟΦΩΝΗΣΗ (Σας ευχαριστώ για την προσοχή σας)</p>	<p>ΑΞΙΑ ΤΗΣ ΑΓΑΠΗΣ</p> <ol style="list-style-type: none">1. ΣΥΜΒΑΛΛΕΙ ΣΤΗ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΥΓΙΩΝ ΔΙΑΠΡΟΣΩΠΙΚΩΝ ΣΧΕΣΕΩΝ ΠΟΥ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΖΟΝΤΑΙ ΑΠΟ ΑΝΙΔΙΟΤΕΛΕΙΑ, ΑΦΟΣΙΩΣΗ, ΑΜΟΙΒΑΙΑ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΝΗ, ΦΙΛΙΚΗ ΔΙΑΘΕΣΗ .2. ΑΠΟΜΑΚΡΥΝΕΙ ΤΗΝ ΜΟΝΑΞΙΑ , ΑΦΟΥ ΚΑΛΥΠΤΕΙ ΤΙΣ ΣΥΝΑΙΣΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΑΝΑΓΚΕΣ ΤΩΝ ΑΝΘΡΩΠΩΝ.3. ΑΠΟΤΡΕΠΕΙ ΤΟΝ ΑΝΤΑΓΩΝΙΣΜΟ ΚΑΙ ΤΟ ΣΥΓΚΡΟΥΣΙΑΚΟ ΚΛΙΜΑ ΣΤΙΣ ΔΙΑΠΡΟΣΩΠΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ.4. ΛΕΙΤΟΥΡΓΕΙ ΩΣ ΘΕΤΙΚΟ ΚΙΝΗΤΡΟ ΠΟΥ ΑΝΑΔΕΙΚΝΥΕΙ ΤΗ ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΚΗ ΔΙΑΘΕΣΗ ΚΑΙ ΑΠΟΤΕΛΕΙ ΠΗΓΗ ΚΑΛΛΙΤΕΧΝΙΚΗΣ ΕΜΠΝΕΥΣΗΣ ΚΑΙ ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑΣ5. ΗΘΙΚΟΠΟΙΕΙ ΤΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΤΟΥ ΑΤΟΜΟΥ, ΓΙΑΤΙ ΔΙΑΜΟΡΦΩΝΕΙ ΜΙΑ ΣΤΑΣΗ ΖΩΗΣ ΠΟΥ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΖΕΤΑΙ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΙΛΙΚΡΙΝΕΙΑ, ΤΗΝ ΕΝΤΙΜΟΤΗΤΑ , ΤΗΝ ΑΓΝΟΤΗΤΑ ΤΩΝ ΠΡΟΘΕΣΩΝ.
<p>ΕΚΦΡΑΣΕΙΣ ΠΡΟΦΟΡΙΚΟΤΗΤΑΣ (Συγκεντρωθήκαμε σήμερα εδώ για να αναδείξουμε την αξία της αγάπης. Ταυτόχρονα χρειάζεται να καταδικάσουμε οποιαδήποτε εκδήλωση μίσους και επιθετικότητας που προκαλείται από την αρρώστια που ονομάζεται ρατσισμός)</p>	
<p>ΧΡΗΣΗ Α΄ ΠΡΟΣΩΠΟΥ ΠΛΗΘΥΝΤΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ (Ανάδειξη της συλλογικής προσπάθειας και ευθύνης ταυτόχρονα)</p>	

Η ψευδαίσθηση του να είναι κάποιος διαφορετικός

Ένας άνθρωπος ψυχολογικά είναι ολόκληρη η ανθρωπότητα. Δεν την αντιπροσωπεύει απλώς αλλά είναι το σύνολο του ανθρώπινου είδους. Είναι ουσιαστικά ολόκληρος ο ψυχισμός της ανθρωπότητας. Βασισμένοι στην πραγματικότητα αυτή ολόκληροι πολιτισμοί έχουν επιβάλλει την ψευδαίσθηση πως κάθε άνθρωπος είναι διαφορετικός. Στην ψευδαίσθηση αυτή ο άνθρωπος έχει παγιδευτεί επί αιώνες και η ψευδαίσθηση αυτή έχει γίνει πραγματικότητα. Εάν κάποιος παρατηρήσει προσεκτικά ολοκληρωμένα την ψυχολογική δομή του εαυτού του, θα μπορέσει να δει ότι όπως εκείνος πονά έτσι πονά και όλη η ανθρωπότητα σε διαφορετικό βαθμό. Εάν αισθάνεστε μοναξιά, ολόκληρη η ανθρωπότητα γνωρίζει αυτήν την μοναξιά. Η οδύνη, η ζήλια, ο φθόνος και ο φόβος είναι γνωστά σε όλους. Οπότε ψυχολογικά, εσωτερικά, ο καθένας είναι σαν όλους τους ανθρώπους. Μπορεί να υπάρχουν σωματικές διαφορές, βιολογικές. Κάποιος είναι ψηλός ή κοντός κλπ., αλλά βασικά ο καθένας είναι αντιπρόσωπος ολόκληρης της ανθρωπότητας. Συνεπώς ψυχολογικά είστε ο κόσμος. Είστε υπεύθυνος για όλο το ανθρώπινο είδος, όχι για τον εαυτό σας ως ξεχωριστός άνθρωπος, που είναι μία ψυχολογική ψευδαίσθηση... Εάν κάποιος κατανοήσει την πλήρη σημασία του γεγονότος ότι είναι ψυχολογικά ο κόσμος, τότε η υπευθυνότητα γίνεται ακατανίκητη αγάπη.

Γράμματα στα Σχολεία, vol 1, p 20

ΝΕΟ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ

 νέο φροντιστήριο	ΜΑΘΗΜΑ - ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΗ ΥΛΗ	ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ - ΑΡΧΑΙΑ ΕΛΛΗΝΙΚΑ
	ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ	ΓΚΡΕΜΥΛΟΓΙΑΝΝΗ ΚΑΤΕΡΙΝΑ
	ΤΜΗΜΑ	Γ ΕΝΙΑΙΟ
	ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΟ	ΗΛΙΟΥΠΟΛΗΣ
	ΔΙΑΡΚΕΙΑ	3 ΩΡΕΣ

Α. ΔΙΔΑΓΜΕΝΟ ΚΕΙΜΕΝΟ

ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΗΣ, Ἠθικά Νικομάχεια, Β 6.10-13·16, 1106b18-28· 1106b36-1107a6

Οἷον καὶ φοβηθῆναι καὶ θαρρῆσαι καὶ ἐπιθυμῆσαι καὶ ὀργισθῆναι καὶ ἐλεῆσαι καὶ ὄλως ἡσθῆναι καὶ λυπηθῆναι ἔστι καὶ μᾶλλον καὶ ἥπτον, καὶ ἀμφοτέρωτα οὐκ εὖ· τὸ δ' ὅτε δεῖ καὶ ἐφ' οἷς καὶ πρὸς οὓς καὶ οὗ ἔνεκα καὶ ὡς δεῖ, μέσον τε καὶ ἄριστον, ὅπερ ἔστι τῆς ἀρετῆς. Ὅμοίως δὲ καὶ περὶ τὰς πράξεις ἔστιν ὑπερβολὴ καὶ ἔλλειψις καὶ τὸ μέσον. Ἡ δ' ἀρετὴ περὶ πάθη καὶ πράξεις ἐστίν, ἐν οἷς ἢ μὲν ὑπερβολὴ ἀμαρτάνεται καὶ ψέγεται καὶ ἡ ἔλλειψις, τὸ δὲ μέσον ἐπαινεῖται καὶ κατορθοῦται· ταῦτα δ' ἄμφω τῆς ἀρετῆς. Μεσότης τις ἄρα ἐστὶν ἡ ἀρετὴ, στοχαστικὴ γε οὕσα τοῦ μέσου. [...]

Ἔστιν ἄρα ἡ ἀρετὴ ἕξις προαιρετικὴ, ἐν μεσότητι οὕσα τῇ πρὸς ἡμᾶς, ὠρισμένη λόγῳ καὶ ᾧ ἂν ὁ φρόνιμος ὀρίσειεν. Μεσότης δὲ δύο κακιῶν, τῆς μὲν καθ' ὑπερβολὴν τῆς δὲ καθ' ἔλλειψιν· καὶ ἔτι τῶ τὰς μὲν ἐλλείπειν τὰς δ' ὑπερβάλλειν τοῦ δέοντος ἐν τε τοῖς πάθεσι καὶ ἐν ταῖς πράξεσι, τὴν δ' ἀρετὴν τὸ μέσον καὶ εὐρίσκειν καὶ αἰρεῖσθαι.

ΠΛΟΥΤΑΡΧΟΣ, Περὶ Ἀλεξάνδρου τύχης καὶ ἀρετῆς, 6 329A-D

Καὶ μὴν ἡ πολὺ θαυματομένη πολιτεία τοῦ τὴν Στωικῶν αἵρεσιν καταβαλομένου Ζήνωνος εἰς ἐν τοῦτο συντείνει κεφάλαιον, ἵνα μὴ κατὰ πόλεις μηδὲ δήμους οἰκῶμεν ἰδίους ἕκαστοι διωρισμένοι δικαίους, ἀλλὰ πάντας ἀνθρώπους ἡγώμεθα δημότας καὶ πολίτας, εἷς δὲ βίος ἢ καὶ κόσμος, ὥσπερ ἀγέλης συννόμου νόμῳ κοινῶ συντρεφομένης. Τοῦτο Ζήνων μὲν ἔγραψεν ὥσπερ ὄναρ ἢ εἶδωλον εὐνομίας φιλοσόφου καὶ πολιτείας ἀνατυπωσάμενος, Ἀλέξανδρος δὲ τῶ λόγῳ τὸ ἔργον παρέσχεν. Οὐ γάρ, ὡς Ἀριστοτέλης συνεβούλευεν αὐτῶ, τοῖς μὲν Ἕλλησιν ἡγεμονικῶς τοῖς δὲ βαρβάρους δεσποτικῶς χρώμενος, καὶ τῶν μὲν ὡς φίλων καὶ οἰκείων ἐπιμελόμενος τοῖς δ' ὡς ζώοις ἢ φυτοῖς προσφερόμενος, πολέμων πολλῶν καὶ φυγῶν ἐνέπλησε καὶ στάσεων ὑπούλων τὴν ἡγεμονίαν, ἀλλὰ κοινὸς ἦκεν θεόθεν ἀρμοστής καὶ διαλλακτῆς τῶν ὄλων νομίζων, οὓς τῶ λόγῳ μὴ συνῆγε τοῖς ὅπλοις βιαζόμενος καὶ εἰ καὶ τοὺς γάμους καὶ τὰς διαίτας, πατρίδα μὲν τὴν οἰκουμένην προσέταξεν ἡγεῖσθαι πάντας, ἀκρόπολιν δὲ καὶ φρουρὰν τὸ στρατόπεδον, συγγενεῖς δὲ τοὺς ἀγαθοὺς, ἀλλοφύλους δὲ τοὺς πονηροὺς· τὸ δ' Ἑλληνικὸν καὶ βαρβαρικὸν μὴ χλαμῦδι μηδὲ πέλτη μὴδ' ἀκινάκη μηδὲ κἀνδύι διορίζειν, ἀλλὰ τὸ μὲν Ἑλληνικὸν ἀρετῇ τὸ δὲ βαρβαρικὸν κακίᾳ τεκμαίρεσθαι, κοινὰς δ' ἐσθῆτας ἡγεῖσθαι καὶ τραπέζας καὶ γάμους καὶ διαίτας, δι' αἵματος καὶ τέκνων ἀνακεραννυμένους· ταῦτο συνενεγκὼν τὰ πανταχόθεν, ὥσπερ ἐν κρατῆρι φιλοτησίῳ μίξας τοὺς βίους καὶ τὰ ἦθη.

A1.α. Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό που αντιστοιχεί σε καθεμιά από τις παρακάτω

περιόδους λόγου και δίπλα σε αυτόν τη λέξη «**Σωστό**», αν είναι σωστή, ή τη λέξη «**Λάθος**», αν είναι λανθασμένη, με βάση τα δύο αποσπάσματα του διδαγμένου κειμένου:

1. Η μεσότητα ορίζεται με υποκειμενικά κριτήρια που καθορίζονται από τη λογική ενός φρόνιμου ανθρώπου.
2. Η ηθική αρετή είναι ένα μόνιμο στοιχείο του χαρακτήρα που υπάρχει εκ φύσεως στη ζωή του ανθρώπου.
3. Στην πολιτεία του Ζήνωνα ο αγελαίος τρόπος οργάνωσης είναι το πρότυπο μοντέλο .

(Μονάδες 6)

A1.β. Με βάση το πρώτο απόσπασμα του διδαγμένου κειμένου να αντιστοιχίσετε τις λέξεις της **Στήλης Α** με αυτές της **Στήλης Β** που αναφέρονται στην υπερβολή και στη μεσότητα , ένα στοιχείο της **Στήλης Α** περισεύει :

Στήλη Α	Στήλη Β
α. ἔστι μᾶλλον	
β. ἢ μὲν ὑπερβολὴ ἀμαρτάνεται καὶ ψέγεται	1. υπερβολή
γ. οὐ ἔνεκα	
δ. ἀμφοτέρωθεν οὐκ εἶ	2. μεσότητα
ε. Μεσότης τις ἄρα ἐστὶν ἡ ἀρετή	

(μονάδες 4)

Μονάδες 10

B1. Κατά τον Πλούταρχο ποια είναι η κεντρική διδασκαλία που προβάλλει ο Ζήνωνας για την οργάνωση της κοινωνίας;

Μονάδες 10

B2. Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε φράση της **Στήλης Α** και δίπλα το γράμμα της **Στήλης Β** που αντιστοιχεί στο σωστό όνομα (ένα όνομα της Στήλης Β περισσεύει).

Στήλη Α	Στήλη Β
1. Πέθανε στη Χαλκίδα	α. Αριστοτέλης
2. Γεννήθηκε στα 384 π.Χ.	β. Εύδοξος
3. Ήταν γεωγράφος	γ. Αλέξανδρος
4. Μίεζα η πόλη εκπαίδευσης για τον	δ. Ηράκλειτος
5. ἦθος ἀνθρώπων δαίμων	ε. Πλάτων

Μονάδες 10

B3. α. Να αντιστοιχίσετε στο τετράδιό σας καθεμιά αρχαία ελληνική λέξη της Στήλης Α με την ετυμολογικά συγγενή της λέξη της Στήλης Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
1. ήσθηναι	α. ἐλώριον (= λάφυρα)
2. πάθη	β. καχεξία
3. αἰρεῖσθαι	γ. ηδονή
4. παρέσχεν	δ. πένθος
5. εἶδωλον	ε. αναβλητικότητα
6. καταβαλομένου	ζ. οπτικός

(μονάδες 6)

B3. β. Να γράψετε τα αντώνυμα της αρχαίας ελληνικής γλώσσας των παρακάτω λέξεων :

ἐπαινείται, αἰρεῖσθαι, ἄλλοφύλους, νομίζων

(μονάδες 4)

Μονάδες 10

B4.

Παράλληλο Κείμενο

Ιστορία του Ελληνικού Έθνους, τ. Δ΄, σ. 485

Τα άτομα ένιωσαν ανίσχυρα μπροστά στα κοσμοϊστορικά γεγονότα που διαδραματίστηκαν γύρω τους από τη διάβαση του Μ. Αλεξάνδρου στην Ασία ως την τελευταία φάση της πινανομαχίας για τη διαδοχή του και στη συνέχεια μπροστά στη θέληση των μοναρχών που σαν επίγειοι θεοί ρύθμιζαν τις τύχες των ανθρώπων. Αυτή η συνείδηση της απόλυτης αδυναμίας του κοινού ανθρώπου οδήγησε στην παραίτηση και στη μοιρολατρία. Οι Στωικοί και οι Επικούρειοι υιοθέτησαν αυτές τις τάσεις, τις αιτιολόγησαν φιλοσοφικά και τις ενέταξαν στην ηθική τους. Οι Στωικοί σύστησαν την αποχή από την πολιτική δραστηριότητα με το αιτιολογικό ότι θα μπορούσε να μην εναρμονίζεται με τη θεία βούληση και επομένως να επιβραδύνει την πραγμάτωση των υπερκόσμιων σχεδίων. Θεωρούσαν λοιπόν τους ισχυρούς ως όργανα της θείας Πρόνοιας και δίδασκαν ότι τα συμβαίνοντα είναι μοιραία και σύστησαν να αντιμετωπίζονται με απάθεια. Και οι Επικούρειοι πέρα από την αταραξία συνιστούσαν αποχή από την πολιτική ζωή, εκτός των περιπτώσεων που επιβαλλόταν από λόγους ατομικής ασφάλειας.

«Οἱ ἴδιοι, ἐμεῖς, φροντίζομε καὶ τὶς ἰδιωτικὰς μᾶς ὑποθέσεις καὶ τὰ δημόσια πράγματα κ' ἐνῶ ὁ καθένας μᾶς φροντίζει τὶς δουλειές του, τοῦτο δὲν μᾶς ἐμποδίζει νὰ κατέχωμε καὶ τὰ πολιτικά. Μόνο ἐμεῖς θεωροῦμε πῶς εἶναι ὄχι μόνον ἀδιάφορος, ἀλλὰ καὶ ἄχρηστος ἐκεῖνος ποὺ δὲν ἐνδιαφέρεται στὰ πολιτικά.» Θουκυδίδου, «Περικλέους Ἐπιτάφιος»

Ποια ἡ στάση του πολίτη κατὰ τὴν ελληνοιστική ἐποχὴ σε σχέση με τὰ δημόσια πράγματα; Συγκρίνετε τὴν με τὴ θέση του πολίτη κατὰ τὴν κλασική ἐποχὴ.

Μονάδες 10

Γ. ΑΔΙΔΑΚΤΟ ΚΕΙΜΕΝΟ

Ξενοφώντας Ἑλληνικά 5, 2, 32-33

Στο συγκεκριμένο χωρίο, αναφέρεται ο αντίκτυπος που είχε στη Σπάρτη η ξαφνική εισβολή του στρατού της στη Θήβα το 382 π.χ. Πιο συγκεκριμένα, ο Σπαρτιατικός στρατός είχε στρατοπεδεύσει κοντά στη Θήβα, υπό την αρχηγία του στρατηγού **Φοιβίδα**. Τότε ο **Λεοντιάδης**, ένας επιφανής Θηβαίος ολιγαρχικός, ζήτησε τη βοήθεια του Σπαρτιατικού στρατού για να διώξει τους δημοκρατικούς Θηβαίους από τη Θήβα.

Ὡς δὲ ταῦτ' ἐπέπρακτο, πολέμαρχον μὲν ἀντὶ Ἰσμηνίου ἄλλον εἶλοντο, ὁ δὲ Λεοντιάδης εὐθύς εἰς Λακεδαίμονα ἐπορεύετο. Ἡὔρε δ' ἐκεῖ τοὺς μὲν ἐφόρους καὶ τῆς πόλεως τὸ πλῆθος χαλεπῶς ἔχοντας τῷ Φοιβίδα, ὅτι οὐ προσταχθέντα ὑπὸ τῆς πόλεως ταῦτα ἐπεπράχει· ὁ μὲντοι Ἀγησίλαος ἔλεγεν ὅτι, εἰ μὲν βλαβερά τῇ Λακεδαίμονι πεπραχῶς εἶη, δίκαιος εἶη ζημιοῦσθαι, εἰ δὲ ἀγαθὰ, ἀρχαῖον εἶναι νόμιμον ἐξεῖναι τὰ τοιαῦτα αὐτοσχεδιάζειν. Αὐτό οὖν τοῦτ' , ἔφη, σκοπεῖν, πότερον ἀγαθὰ ἢ κακὰ ἐστὶ τὰ πεπραγμένα. Ἐπειτα μὲντοι ὁ Λεοντιάδης ἐλθὼν εἰς τοὺς ἐκκλήτους ἔλεγε τοιάδε:

Ἄνδρες Λακεδαιμόνιοι, ὡς μὲν πολεμικῶς εἶχον ὑμῖν οἱ Θηβαῖοι , πρὶν τὰ νῦν πεπραγμένα γενέσθαι, καὶ ὑμεῖς ἐλέγετε · ἑώρατε γὰρ αἰεὶ τούτους τοῖς μὲν ὑμετέροις δυσμενέσι φιλικῶς ἔχοντας, τοῖς δ' ὑμετέροις φίλοις τοῖς ἐχθοῖς ὄντας.

Γ1. Να γράψετε στο τετράδιό σας τη μετάφραση του παρακάτω αποσπάσματος: «ὁ μέντοι Ἀγησίλαος ἔλεγεν... τοῖς δ' ὑμετέροις φίλοις τοῖς ἐχθοῖς ὄντας».

Μονάδες 20

Γ2. Ποια ἦταν ἡ στάση των εφόρων ἀπέναντι στον Φοιβίδα ; Ποιοι τον υπερασπίστηκαν ;

Μονάδες 10

Γ3. α. *ἄνδρες, δυσμενέσι, ὄντας:* Να κλιθούν και στους δύο αριθμούς (μονάδες 4)

β. *ἐπέπρακτο, εἴλοντο, ἦῤρε, προσταθέντα :* Να γίνει χρονική αντικατάσταση(μονάδες 6)

Μονάδες 10

Γ4. α. *πολέμαρχον, ἔχοντας, τῷ Φοιβίδα, τῇ Λακεδαίμονι, ὄντας :* να χαρακτηριστοῦν συντακτικά οἱ λέξεις (μονάδες 5)


β. «ὅτι οὐ προσταθέντα ὑπὸ τῆς πόλεως ταῦτα ἐπεπράχει»

« ὡς μὲν πολεμικῶς εἶχον ὑμῖν οἱ Θηβαῖοι»

Να χαρακτηριστοῦν συντακτικά οἱ δευτερεύουσες προτάσεις (μονάδες 5)

Μονάδες 10

ΝΕΟ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ
Ευχόμαστε επιτυχία!

 Vέο φροντιστήριο	ΜΑΘΗΜΑ - ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΗ ΥΛΗ	ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ - ΑΡΧΑΙΑ ΕΛΛΗΝΙΚΑ
	ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ	ΓΚΡΕΜΥΛΟΓΙΑΝΝΗ ΚΑΤΕΡΙΝΑ
	ΤΜΗΜΑ	Γ ΕΝΙΑΙΟ
	ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΟ	ΗΛΙΟΥΠΟΛΗΣ
	ΔΙΑΡΚΕΙΑ	

A1.α. 1. Σ 2. Λ 3. Σ

A1.β. 1. Υπερβολή : α, β, 2. Μεσότητα : δ, ε

B1. Καί μὴν ἡ πολὺ θαυματοζομένη πολιτεία τοῦ τὴν Στωικῶν αἵρεσιν καταβαλομένου Ζήνωνος εἰς ἓν τοῦτο συντείνει κεφάλαιον, ἵνα μὴ κατὰ πόλεις μηδὲ δήμους οἰκῶμεν ἰδίους ἕκαστοι διωρισμένοι δικαίους, ἀλλὰ πάντας ἀνθρώπους ἡγώμεθα δημότας καὶ πολίτας, εἷς δὲ βίος ἧ καὶ κόσμος, ὥσπερ ἀγέλης συννόμου νόμῳ κοινῶ συντρεφομένης :

Ο Πλούταρχος συσχετίζει την πολιτική του Μ. Αλέξανδρου με την ιδέα του κοσμοπολιτισμού, και ειδικότερα με την ουτοπική πολιτεία που οραματίστηκε ένας από τους θεμελιωτές του στωικισμού, ο Ζήνων ο Κιτιεύς (334-262 π.Χ.).

Ο Ζήνων είχε γράψει ένα έργο με τον τίτλο Πολιτεία που δεν σώθηκε. Όπως ο Πλάτων στη δική του Πολιτεία, με την οποία αναπόφευκτα θα συγκρινόταν οποιαδήποτε άλλη, ο Ζήνων κάνει τη δική του, εναλλακτική, πολιτική πρόταση για την ιδανική πολιτεία, στο πλαίσιο όμως μιας εποχής που αλλάζει. Πρόκειται, ίσως, για μία κοινότητα σοφών και ενάρετων ανθρώπων, όπου η ιδιότητα του πολίτη είναι μία μόνο πτυχή της ηθικής προσωπικότητας.

Κατά τον Πλούταρχο, το έργο του Ζήωνα ήταν πολύ σημαντικό. Η κεντρική διδασκαλία που προβάλλει μέσα από αυτό ο Ζήνων είναι να μην νιώθουμε τους εαυτούς μας ως κατοίκους ξεχωριστών πόλεων ή δήμων οι οποίοι ακολουθούν τους ιδιαίτερους κανόνες δικαίου που έχουν θεσπιστεί σε καθεμιά πόλη ή σε καθέναν δήμο χωριστά.

Αντίθετα, πρέπει:

α. Να θεωρούμε πως όλοι οι άνθρωποι είναι συνδημότες και συμπολίτες.

β. Να επικρατεί ένας κοινός τρόπος ζωής («εἷς βίος»), δηλαδή με αξίες, ήθη, έθιμα κ.λπ., κοινά για όλους.

γ. Να υπάρχει μία ενιαία τάξη («εἷς κόσμος»), δηλαδή ένας τρόπος οργάνωσης της πολιτείας, με βάση έναν κοινό για όλους νόμο, ώστε να υπάρχει ευνομία και να ζουν όλοι οι άνθρωποι με αρμονία και ομόνοια.

Άρα, ο Ζήνων στο πρώιμο αυτό έργο του πρόβαλλε το ιδεώδες του κοσμοπολιτισμού. Οραματίστηκε μια παγκόσμια πολιτεία (κοσμόπολη), στην οποία θα κυριαρχούσαν η αρετή και η ομόνοια. Όλοι οι κάτοικοι

θα ζούσαν μαζί χωρίς έριδες και προβλήματα μεταξύ τους, τηρώντας τον νόμο της φύσης, ο οποίος φυσικά θα ήταν κοινός για όλους. Με άλλα λόγια, οραματίστηκε έναν κόσμο στον οποίο δεν θα υπήρχαν πλέον ξεχωριστά κράτη, αλλά όλος ο κόσμος θα ήταν σαν μία μεγάλη πόλη, η οποία θα κυβερνιόταν σύμφωνα με τον (θεϊκό) νόμο της φύσης. Η πόλη αυτή θα ήταν οικουμενική, καθώς θα περιέκλειε όλα τα μέρη του κόσμου και θα περιελάμβανε όλους τους ανθρώπους, χωρίς να υφίστανται φυλετικές, θρησκευτικές, νομικές, πολιτικές και πολιτισμικές διακρίσεις μεταξύ τους. Ακόμη, δεν θα υπήρχε διάκριση των πολιτών της πόλης σε ελεύθερους και δούλους, επειδή η κοινωνία της θα ήταν ενιαία.

Αυτό που θα ένωνε τους ανθρώπους δεν θα ήταν ο εξαναγκασμός των ανθρώπινων νόμων αλλά η δική τους εκούσια συναίνεση. Πρόκειται ουσιαστικά για μία κοινότητα σοφών και ενάρετων ανθρώπων, στην οποία καθένας -χάρη στην ηθική προσωπικότητά του- θα ενεργεί σύμφωνα με τη αρετή τόσο στον ιδιωτικό βίο του (στις σχέσεις του με τους άλλους ανθρώπους) όσο και στον δημόσιο (στη δράση του ως πολίτη).

Όλα αυτά σημαίνουν πως σε αυτή την οικουμενική πόλη οι νόμοι που θα θεσπίζονταν (θετικό δίκαιο) θα στηρίζονταν στον ορθό λόγο και γι' αυτό θα ήταν σύμφωνοι με τον νόμο της φύσης. Η ιδέα αυτή βασίστηκε στην πεποίθηση του Ζήνωνα πως ο άνθρωπος μπορεί να ζήσει σύμφωνα με τον φυσικό νόμο, ο οποίος ισχύει καθολικά για όλα τα είδη της ζωής -αφού η φύση είναι μία και ενιαία-, άρα μπορεί να επικρατήσει μία νοοτροπία για όλους τους ανθρώπους, ένας κοινός τρόπος σκέψης και συμπεριφοράς, που θα αναπτυχθεί στο πλαίσιο μίας ενιαίας οργανωμένης πολιτικά κοινότητας. Αντίθετα, πολλές και διαφορετικές πόλεις-κράτη συνεπάγονται διαφορετικούς κανόνες δικαίου και διαφορετικές νοοτροπίες των ανθρώπων.

Διαπιστώνουμε λοιπόν πως ο Ζήνων ήταν υπέρμαχος της προτεραιότητας του φυσικού δικαίου (του νόμου της φύσης) έναντι του δικαίου που θεσπίζει η εκάστοτε εξουσία και οραματίστηκε ένα ιδεώδες πολίτευμα που θα στηριζόταν σε αυτόν τον κοινό για όλους τους ανθρώπους φυσικό νόμο.

Συμπερασματικά, μέσω της ιδέας του κοσμοπολιτισμού, οι άνθρωποι αντιμετωπίζονται ως πολίτες του κόσμου, καθώς ξεφεύγουν από τα στενά όρια της πόλης τους. Όλοι οι άνθρωποι θεωρούνται συμπολίτες και συνδημότες ενός κοινού πολιτικού και κοινωνικού βίου σε έναν ενιαίο κόσμο. Κατά τον Ζήνωνα, αν η Πολιτεία του αποτελέσει πρότυπο για όλους τους ανθρώπους, τότε την ανθρωπότητα θα διέπουν αρχές που θα την ενώνουν πνευματικά και πολιτικά, ώστε η οικουμένη να θεωρείται μία και αδιαίρετη πόλη (κοσμόπολη).

Ο Πλούταρχος, για να κάνει πιο παραστατικό το όραμα του Ζήνωνα, παρομοιάζει την ιδεώδη ανθρώπινη πόλη που αυτός οραματίστηκε με μια αγέλη ζώων τα οποία τρέφονται όλα μαζί υπό το καθεστώς ενός κοινού νόμου («ὥσπερ ἀγέλης συννόμου νόμῳ κοινῶ συντρεφομένης»). Η παρομοίωση αυτή στηρίζεται σε μια οπτική εικόνα: στο πλαίσιο μιας αγέλης τα ζώα δεν ανταγωνίζονται το ένα το άλλο για την εξασφάλιση της τροφής, αλλά τρέφονται όλα μαζί αρμονικά, με ομόνοια μεταξύ τους.

Η βαθύτερη ιδέα που εκφράζεται με την παρομοίωση είναι πως αυτό που εξασφαλίζει τη συνοχή της αγέλης είναι το γεγονός ότι τα ζώα διαβιούν σύμφωνα με τον φυσικό νόμο. Με το παράδειγμα των ζώων, εύκολα αντιλαμβάνεται κανείς πως ο φυσικός νόμος, ο οποίος είναι κοινός για όλα τα ζώα και εκφράζεται με τα ένστικτά τους, είναι σταθερός και αιώνιος. Έτσι, ακολουθώντας τα ένστικτά τους, τα ζώα οδηγούνται στο να συγκροτούν μια αγέλη και στον να τρέφονται αρμονικά όλα μαζί μέσα στο πλαίσιο της.

Στην περίπτωση του ανθρώπου, ο οποίος αποτελεί ένα μοναδικό είδος του ζωικού βασιλείου, ο κοινός νόμος της φύσης ταυτίζεται με τον ορθό λόγο και γι' αυτό επίσης έχει καθολική εφαρμογή, είναι σταθερός και αιώνιος, δηλαδή δεν διαφοροποιείται σε σχέση με τον χρόνο (την ιστορική περίοδο) και τον χώρο (την κοινωνία στην οποία αναφερόμαστε). Ο ἐν ἡμῖν λόγος με τον οποίο μας έχει προικίσει η φύση, καθορίζει τι πρέπει να πράττουμε και τι όχι. Συνεπώς, εναρμονίζοντας τη συμπεριφοράς μας με τον ἐν ἡμῖν λόγον, συμμορφωνόμαστε και προς τον (σταθερό και αιώνιο) νόμο της φύσης, η οποία μας υπαγορεύει τι πρέπει να πράττουμε, ώστε να κερδίσουμε την εὐδαιμονία.

B2. 1- α, 2- α, 3- β, 4- γ, 5- δ

B3. α. 1-γ, 2- δ, 3- α, 4- β, 5- ζ, 6- ε

β. **έπαινεῖται** ≠ ψέγεται

αἰρεῖσθαι ≠ ἄρνοῦμαι

ἄλλοφύλους ≠ ὁμοφύλους

νομίζων ≠ βεβαιῶν

B4.

Η ελληνιστική πόλη, που βγαίνει από τα στενά όρια της κλασικής της μορφής και εξελίσσεται σε μεγαλούπολη, συμβάλλει στη ραγδαία αστικοποίηση του μετακλασικού κόσμου. Αυτή η αστικοποίηση μεταβάλλει ριζικά τις αξίες και τα πιστεύω των ανθρώπων. Η προσήλωση στα υλικά αγαθά, την πολυτέλεια και τη μεγαλοπρέπεια, την επίδειξη και τον υλισμό είναι ενδεικτικά πλέον της κοινωνικής θέσης και σύμβολα δύναμης. Μέσα στις μεγαλουπόλεις, ο πολίτης γίνεται κοσμοπολίτης, και, σε ό,τι αφορά κυρίως την ελίτ των μορφωμένων, συχνά δοκιμάζει να αναμίξει πολιτισμικά το ελληνικό και το ανατολικό στοιχείο. Η σημαντικότερη ωστόσο συνέπεια αφορά την οριστική απώλεια του δημόσιου χαρακτήρα της πόλης και την προσήλωση του πολίτη στην ιδιωτική του ζωή. Καθώς το δημόσιο και το ιδιωτικό διαχωρίζονται, ένα πνεύμα ατομικισμού κυριαρχεί σε όλες τις εκφάνσεις της ζωής — την κοινωνία, τη φιλοσοφία, τη θρησκεία.

Τα βασικά φιλοσοφικά ρεύματα της εποχής ανάγονται στους Κυνικούς, τους Στωικούς, τους Επικούρειους και τους Σκεπτικούς. Σύμφωνα με τους Κυνικούς, με πιο διάσημο εκπρόσωπό τους τον Διογένη, η πραγματική ευτυχία είναι ανεξάρτητη από τα υλικά αγαθά, την πολιτική εξουσία και την υγεία. Η Αρετή αποκτάται με την απόλυτη αυτοσυγκέντρωση, την ανεξαρτησία και την απελευθέρωση από την πίεση των αναγκών. Οι Στωικοί με τη σειρά τους υποστήριξαν τη συμφιλίωση του ανθρώπου με τη μοίρα του μέσα από την υποταγή στους απαρασάλευτους νόμους της φύσης. . Οι δε Επικούρειοι, με ελάχιστο ενδιαφέρον για την πολιτική και την κοινωνία, επαγγέλλονταν την ηδονή σε συνδυασμό με την αυτοκυριαρχία, το μέτρο και την εσωτερική γαλήνη, καθώς και τη λύτρωση από το φόβο του θανάτου.

Αντίθετα στην Αθήνα των κλασικών χρόνων τον πολίτη και την πόλιν τους συνδέει ένας δεσμός ζωτικός : η συλλογικότητα προστατεύει το άτομο και διαμορφώνει τις ευρύτερες προϋποθέσεις , ώστε αυτό να ευημερήσει και το άτομο στηρίζει και προάγει την ευημερία της συλλογικότητας. Η φιλοπατρία, η έννοια του χρέους , η φιλοτιμία , μα και η υστεροφημία , είναι στοιχεία που συγκροτούν μεταξύ άλλων το πολιτειακό ιδεώδες του Αθηναίου και προβάλλονται συστηματικά στον δημόσιο λόγο των φιλοσόφων , των ρητόρων και των πολιτικών.

Η έννοια του πολίτη αποκτά υπόσταση στην πόλη της Αθήνας και είναι απόλυτα συνυφασμένη με την εγκαθίδρυση του δημοκρατικού πολιτεύματος. Εκεί ο άνθρωπος όντας Αριστοτελικάς ον πολιτικό, συνυπεύθυνο και αλληλέγγυο με τους συνανθρώπους του για την τύχη της κοινότητάς του, αντιλαμβάνεται πως θα γίνει τέλειος δια του άλλου. Τα λόγια λοιπόν του Περικλή αντανακλούν σε βάθος την αρχαία ελληνική φιλοσοφική σκέψη που δεν μπορούσε να φανταστεί τον άνθρωπο απομονωμένο από την πολιτικά οργανωμένη κοινωνία , αλλά ούτε και να δεχτεί πως η κοινότητα αυτή έχει ζωή αυθύπαρκτη , χωριστή , χωριστή από τις ιδέες, τις βλέψεις και τη δράση των μελών της.

Γ1. Ο Αγησίλαος όμως έλεγε ότι, αν μεν είχε κάνει πράξεις επιζήμιες για τη Σπάρτη, είναι δίκαιο να τιμωρείται, αν όμως είχε κάνει πράξεις ωφέλιμες, (έλεγε ότι) υπάρχει παλιά συνήθεια να επιτρέπεται σε κάποιον να προβαίνει σε τέτοιες ενέργειες με δική του πρωτοβουλία. Αυτό λοιπόν ακριβώς , είπε, ταιριάζει να εξετάζουμε, ποιο από τα δύο είναι ωφέλιμο ή επιζήμιο όσα έχουν γίνει. Στη συνέχεια, όμως ο Λεοντιάδης, αφού παρουσιάστηκε στους κριτές, έλεγε περίπου τα εξής : Λακεδαιμόνιοι, ότι οι Θηβαίοι είχαν εχθρικές διαθέσεις απέναντί σας, προτού συμβούν όσα έχουν γίνει τώρα, το λέγατε κι εσείς. Γιατί βλέπατε ότι αυτοί πάντα είχαν φιλικές διαθέσεις απέναντι στους εχθρούς σας, εχθρικές όμως απέναντι στους φίλους σας.

Γ2. Οι έφοροι και ο λαός ήταν οργισμένοι απέναντι στον Φοιβίδα. Ο Αγησίλαος όμως και ο Λεοντιάδης τον υπερασπίστηκαν. Ο Αγησίλαος έλεγε πως εάν ο Φοιβίδας είχε βλάψει τη Σπάρτη, έπρεπε να τιμωρηθεί. Στην περίπτωση όμως που την είχε ωφελήσει ήταν αρχαία συνήθεια να του επιτρέπεται να προχωρεί σε τέτοιες ενέργειες. Με παρόμοιο τρόπο μίλησε και ο Λεοντιάδης μπροστά στους Λακεδαιμόνιους , υπενθυμίζοντάς τους πως συμφωνούσαν πως οι Θηβαίοι για τους ίδιους θεωρούνταν εχθροί . Γιατί αυτοί είχαν πάντα φιλικές διαθέσεις απέναντι στους εχθρούς των Σπαρτιατών και εχθρικές διαθέσεις απέναντι στους φίλους τους.

Γ3. α. ὁ ἀνήρ- τοῦ ἀνδρός- τῷ ἀνδρί- τόν ἀνδρα- ὦ ἄνερ

οἱ ἄνδρες- τῶν ἀνδρῶν- τοῖς ἀνδράσι- τοὺς ἄνδρας- ὦ ἄνδρες

ὁ δυσμενής- τοῦ δυσμενοῦς- τῷ δυσμενεῖ- τόν δυσμενή- ὦ δυσμενές

οἱ δυσμενεῖς- τῶν δυσμενῶν- τοῖς δυσμενεσί- τοὺς δυσμενεῖς- ὦ δυσμενεῖς

ὁ ὦν- τοῦ ὄντος- τῷ ὄντι- τον ὄντα- ὦ ὦν

οἱ ὄντες- τῶν ὄντων- τοῖς οὔσι- τοὺς ὄντας- ὦ ὄντες

β. πράττεται- ἐπράττετο- πράζεται/πραχθήσεται- ἐπράξατο / ἐπράχθη, πέπρακται- ἐπέπρακτο

αἰροῦνται- ἤροῦντο- αἰρήσονται- εἶλοντο- ἤρηνται- ἤρηντο

εὐρίσκει- ἠύρισκε- εὐρήσει- ἠύρε- ἠύρηκε- ἠύρήκει

προστασόμενα, προσταζόμενα/πρασταχθησόμεθα/ (προσταγησόμεθα), προσταζάμενα/
προσταχθέντα/προσταγέντα, προστεταγμένα

Γ4. α. πολέμαρχον: κατηγορούμενο στο αντικ. του ρ. εἶλοντο (ἄλλον)

ἔχοντας : κατηγορηματική μετοχή που αναφέρεται στα αντικ. του ρ. ἠύρε (τοὺς ἐφόρους -τό πληθος)

τῷ Φοιβίδᾳ : αντικείμενο της περίφρασης χαλεπῶς ἔχοντας

τῇ Λακεδαίμονι: δοτική αντικειμενική (βλαβερά)

ὄντας : κατηγορηματική μετοχή που αναφέρετε στο αντικείμενο του ρ. ἔωράτε (τούτους)

Γ4.β. «ὅτι οὐ προσταχθέντα ὑπὸ τῆς πόλεως ταῦτα ἐπεπράχει» : Δευτερεύουσα επιρρηματική αιτιολογική πρόταση. Λειτουργεί ως επιρρηματικός προσδιορισμός της αιτίας στην περίφραση *χαλεπῶς ἔχοντας*, εισάγεται με τον αιτιολογικό σύνδεσμο *ὅτι*, εκφέρεται με Οριστική *ἐπεπράχει* , εκφράζει το πραγματικό.

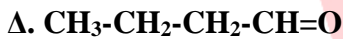
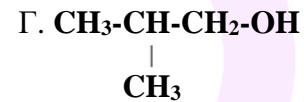
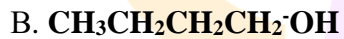
« ὡς μὲν πολεμικῶς εἶχον ὑμῖν οἱ Θηβαῖοι» : Δευτερεύουσα ονοματική ειδική πρόταση. Εισάγεται με τον ειδικό σύνδεσμο *ὡς* (υποκειμενική γνώμη) , λειτουργεί ως αντικείμενο του ρήματος *ἐλέγετε*, εκφέρεται με Οριστική *εἶχον*, παρά την εξάρτηση από τον ιστορικό χρόνο, γιατί το γεγονός παρουσιάζεται ως πραγματικό.



 νέο φροντιστήριο	ΜΑΘΗΜΑ - ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΗ ΥΛΗ	ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ - ΧΗΜΕΙΑ
	ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ	ΤΣΟΥΣΗΣ ΝΙΚΟΣ
	ΤΜΗΜΑ	Γ ΕΝΙΑΙΟ
	ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΟ	ΗΛΙΟΥΠΟΛΗΣ
	ΔΙΑΡΚΕΙΑ	3 ΩΡΕΣ

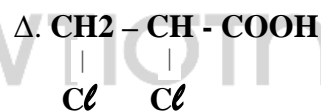
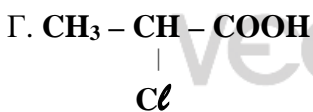
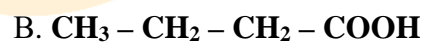
ΘΕΜΑ Α:

A₁. Από τις παρακάτω ουσίες με παραπλήσια M_r, την μεγαλύτερη ευκολία υγροποίησης εμφανίζει:



(Mov. 5)

A₂. Από τα παρακάτω οξέα την μεγαλύτερη τιμή pK_a έχει σε θ=25°C:



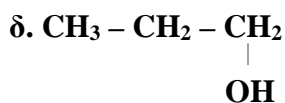
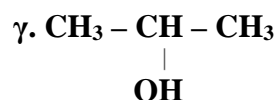
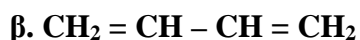
(Mov. 5)

A₃. Κορεσμένη οργανική ένωση με 12σ δεσμούς στο μόριο της έχει Μ.Τ.:



(Mov. 5)

A4. Ποια από τις παρακάτω ενώσεις, αντιδρά με Cl_2 και Na και SOCl_2 :



(Mov. 5)

A5. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως **σωστές (Σ)** ή **Λανθασμένες (Λ)**:

α. Όταν στο μόριο μιας ένωσης υπάρχει άτομο με υβριδισμό SP^2 , τότε υπάρχει διπλός δεσμός.

β. Για την ισορροπία: $\text{C}_{(s)} + \text{CO}_{2(g)} \rightleftharpoons 2\text{CO}_{(g)}$, αύξηση στον όγκο του δοχείου (**t=σταθ.**) προκαλεί μείωση στην μάζα του $\text{C}_{(s)}$.

γ. Αραίωση του διαλύματος CH_3COOH υπό **T=σταθ**, προκαλεί ταυτόχρονα, αύξηση στο **pH** του διαλύματος και αύξηση στον αριθμό mol των ιόντων CH_3COO^- .

δ. Το κατιόν ${}_{11}\text{Na}^+$ έχει μεγαλύτερο μέγεθος από το ${}_{10}\text{Ne}$

ε. Η $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{CH}=\text{O}$ είναι πιο δραστική από την $\text{CH}_3\text{CH}=\text{O}$, στις αντιδράσεις προσθήκης.

(Mov. 5)

ΘΕΜΑ Β:

B1. Για το στοιχείο Σ, δίνονται οι τρεις (3) πρώτες ενέργειες ιοντισμού:

$$Ei_1 = 600\text{KJ/mol},$$

$$Ei_2 = 1150\text{KJ/mol},$$

$$Ei_3 = 5000\text{KJ/mol}$$

A. Αν το στοιχείο Σ, ανήκει σε κύρια ομάδα του Π.Π. να βρεθεί ποια είναι αυτή.

B. Να υπολογιστεί το ποσό ενέργειας που πρέπει να απορροφήσουν **2mol** του στοιχείου $\Sigma_{(g)}$, ώστε να προκύψουν **2mol** $\Sigma_{(g)}^{3+}$

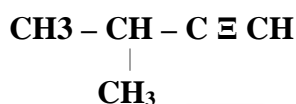
(Mov. 5)

B₂. Τα αλκίνια ($\text{RC} \equiv \text{CR}'$) με την επίδραση διαλύματος $\text{KMnO}_4 / \text{H}_2\text{SO}_4$, διασπώνται σε μίγματα οξέων του τύπου RCOOH και $\text{R}'\text{COOH}$.

α. Σε μια τέτοια επίδραση στο αλκίνιο (**A**), παράχθηκε μίγμα των οξέων CH_3COOH και $\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-COOH}$. Να βρεθεί ο **Σ.Τ.** του αλκινίου (**A**).

(Mov. 2)

β. Να προβλέψετε τα προϊόντα της επίδρασης διαλύματος $\text{KMnO}_4 / \text{H}_2\text{SO}_4$ στο αλκίνιο:



(Mov. 3)

B₃. Σε διάλυμα όγκου **V**, ενός οργανικού διαλύτη έχει αποκατασταθεί η ομογενής ισορροπία:



Σε θερμοκρασία $\theta^\circ\text{C}$

Σε άλλο δοχείο που περιέχει τον ίδιο διαλύτη, προστίθεται ποσότητα από την ουσία Γ και στην ίδια θερμοκρασία $\theta^\circ\text{C}$.

Στο μίγμα ισορροπίας περιέχονται: **2n mol A** και **n mol Γ** .

α. Να υπολογιστεί ο βαθμός απόδοσης της αντίδρασης στο δεύτερο δοχείο.

(Mov. 4)

β. Τα δύο διαλύματα με τα μίγματα ισορροπίας αναμιγνύονται (**$\theta = \text{στα}\theta.$**)

Να εξετάσετε αν στην νέα κατάσταση ισορροπίας είναι δυνατόν να υπάρχουν λιγότερα από **3nmol B**

ΝΕΟ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ

(Mov. 4)

B₄. Το HCN είναι ένα πολύ ασθενές μονοπρωτικό οξύ (**$K_a = 6.10 \cdot 10^{-10}$, $\theta = 25^\circ$**) αλλά και ένα ισχυρότατο δηλητήριο, με ελάχιστη θανατηφόρα συγκέντρωση περίπου: **$1,2 \cdot 10^{-4} \text{M}$**

α. Να εξετάσετε αν ένα διάλυμα NaCN με **pH=9**, μπορεί να είναι θανατηφόρο.

(Mov. 2)

β. Σε διάλυμα HCN **1M** προστίθεται ποσότητα από το παραπάνω διάλυμα του NaCN :

i) Να εξετάσετε πως θα μεταβληθεί ο βαθμός ιοντισμού του HCN .

Δίνονται **$K_w = 10^{-14}$** , **$\sqrt{6} \approx 2,45$**

(Mov. 5)

ΘΕΜΑ Γ:

Γ₁. Για την κορεσμένη οργανική ένωση **A** γνωρίζουμε τα εξής:

I. Αντιδρά με CH_3COOH σε όξινο περιβάλλον και παράγεται η ένωση **B** με Μ.Τ. $\text{C}_7\text{H}_{14}\text{O}_2$.

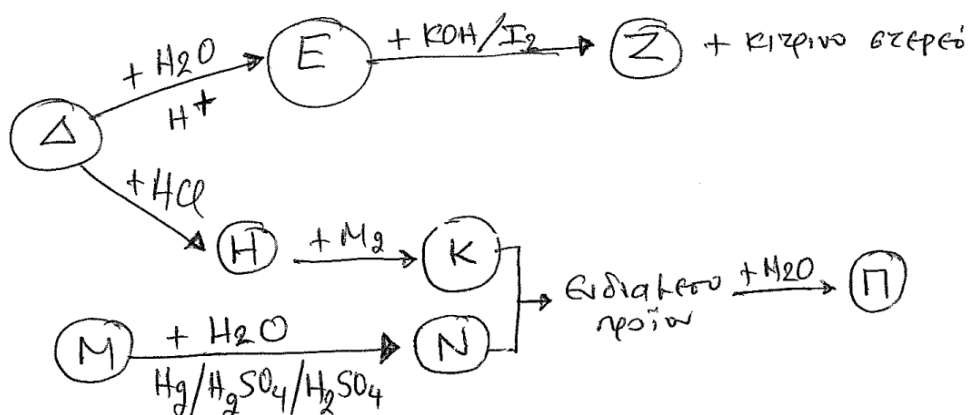
II. Με SOCl_2 παράγει την ένωση **Γ**.

III. Όταν θερμαίνεται με πυκνό H_2SO_4 στους 170°C δεν παράγει ακόρεστη ένωση.

Να βρεθούν οι συντακτικοί τύποι των **A**, **B**, **Γ**.

(Mov. 3)

Γ₂. Δίνεται το παρακάτω διάγραμμα αντιδράσεων:



Για την ένωση **Π** γνωρίζουμε ότι:

I. Είναι ισομερές με την ένωση **A**.

II. Μπορεί να παραχθεί με προσθήκη H_2 στην κετόνη **Λ**.

Να γραφούν οι Σ.Τ. των **Δ**, **E**, **Z**, **H**, **K**, **Λ**, **M**, **N**, **Π**.

(Mov. 18)

Γ₃. **6,5g** της **M** αναμιγνύεται με περίσσεια νατρίου και παράγεται ένωση **P** με ταυτόχρονη έκλυση αερίου.

I. Να υπολογιστεί ο όγκος του αερίου σε **STP**.

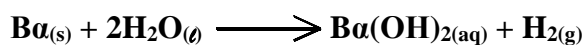
II. Η ποσότητα της **P** διαλύεται σε νερό και προκύπτει διάλυμα όγκου **500ml**. Να υπολογιστεί το **pH** του διαλύματος ($\text{K}_w = 10^{-14}$)

Ar: **C = 12**, **H = 1**

(Mov. 4)

ΘΕΜΑ Δ:

I. Σε νερό διαλύεται ορισμένη ποσότητα μεταλλικού βαρίου και ακολουθεί η αντίδραση:



Τελικά προκύπτει διάλυμα Y_1 όγκου **500ml** ενώ ταυτόχρονα εκλύεται αέριο όγκου **1,232L** σε συνθήκες **S.T.P.**

II. Σε **500ml** διαλύματος **HCl 0,4M** προστίθεται (υπό **V=σταθ.**) ποσότητα μετάλλου **M** και ακολουθεί η αντίδραση:



Τελικά προκύπτει διάλυμα Y_2 με **pH=1**

Δ_1 . Τα διαλύματα Y_1 και Y_2 αναμιγνύονται και προκύπτει διάλυμα Y_3 όγκου **1L** στο οποίο αποκαθίσταται η δυναμική ισορροπία:



που έχει σταθερά **Kc = λ mol³l⁻³**

Ενώ το διάλυμα αποκτά **pH = 12**

Να υπολογιστούν:

i) Η τιμή του **λ**.

(Mov. 7)

ii) Η ποσότητα **mol** του στερεού **M(OH)₂** που σχηματίστηκε.

(Mov. 3)

Δ_2 . Όταν στο διάλυμα Y_3 , ρυθμίσουμε το **pH** στην τιμή **12,5**, παρατηρούμε μετατόπιση της θέσης **X.I.** που επηρεάζει την μάζα του **M(OH)₂**. Να υπολογιστεί η τελική ποσότητα του **M(OH)₂**.

(Mov. 5)

Δ_3 . Όταν στο διάλυμα Y_3 , προσθέσουμε ποσότητα **NaOH (v = σταθ.)** η τιμή της συγκέντρωσης **[M²⁺]**, μεταβάλλεται κατά **75%**. Να υπολογιστεί η ποσότητα **mol** του **NaOH** που προστέθηκε.

(Mov. 5)

Δ4. Όταν το διάλυμα Y_3 αραιωθεί η συγκέντρωση (M^{2+}) γίνεται ίση με $1,25 \cdot 10^{-3} M$. Να υπολογιστεί το pH του αραιωμένου διαλύματος.

Δίνονται:

1. Όλα τα διαλύματα έχουν την ίδια θερμοκρασία
2. $K_w = 10^{-14}$

(Μov. 5)



Ευχόμαστε επιτυχία!

ΝΕΟ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ

 νέο φροντιστήριο	ΜΑΘΗΜΑ - ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΗ ΥΛΗ	ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ - ΧΗΜΕΙΑ
	ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ	ΤΣΟΥΣΗΣ ΝΙΚΟΣ
	ΤΜΗΜΑ	Γ ΕΝΙΑΙΟ
	ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΟ	ΗΛΙΟΥΠΟΛΗΣ
	ΔΙΑΡΚΕΙΑ	

ΘΕΜΑ Α:

A₁ – Β

A₂ – Β

A₃ – Δ

A₄ – Γ

A₅

A-Λ

B-Σ

Γ-Σ

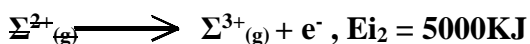
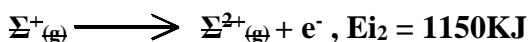
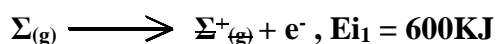
Δ-Λ

E-Λ

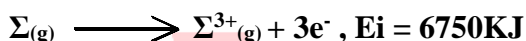
ΘΕΜΑ Β:

B_{1α}. Επειδή η $E_{i3} \gg E_{i2}$, συμπεραίνουμε ότι το κατιόν $\Sigma^{2+}_{(g)}$ έχει δομή ευγενούς αερίου ώστε να απαιτεί κατά πολύ μεγαλύτερη ενέργεια προκειμένου να ιοντιστεί έναντι του $\Sigma^{+}_{(g)}$. Αυτό σημαίνει ότι το στοιχείο Σ , θα διαθέτει **δύο (2)** ηλεκτρόνια περισσότερα από το ευγενές αέριο της προηγούμενης περιόδου επομένως θα βρίσκεται στην **2^η** ή **II_A** ομάδα του Π.Π.

β. Η εξίσωση που περιγράφει τον ιοντισμό του Σ, είναι αυτή που παράγει απ' ευθείας το κατιόν Σ³⁺.



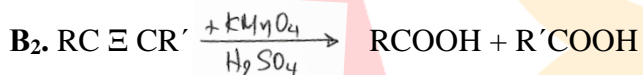
(+) _____



1mol απορροφά **6.750KJ**

2mol απορροφούν ; = **2.6.750KJ = 13.500KJ**

Άρα: Τα **2mol Σ_(g)** πρέπει να απορροφήσουν **13.500KJ** προκειμένου να παραχθούν **2mol Σ³⁺_(g)**



α. Επειδή τα 2 οξέα είναι το **CH₃COOH** και το **CH₃-CH₂-COOH** θα έχουμε:

R = CH₃- και R' = CH₃ - CH₂-

Άρα το αλκίνιο (A): **CH₃CH₂-C ≡ C-CH₃**

β. Τα οξέα που θα παραχθούν άμεσα είναι το **CH₃-CH-COOH** και το **HCOOH**.



Όμως επειδή το **HCOOH** οξειδώνεται προς **CO₂** τα τελικά προϊόντα της οξείδωσης θα είναι:

CH₃-CH-COOH και **CO₂**.



B₃.

α. 1^ο διάλυμα: Όγκος = V (L)



X.I. n n n

$$K_c = \frac{(\Gamma)}{(\text{A})(\text{B})} = \frac{\frac{n}{V}}{\frac{n}{V} \cdot \frac{n}{V}} = \frac{V}{n} \quad (1)$$

2^ο διάλυμα: όγκος = V' (L)



Αρχ.	-	-	λ
Αντ./παρ.	+χ	+χ	-χ
X.I.	χ	χ	χ

Στη X.I. για το A: X = 2n (2)

$$\text{Για το Γ: } \lambda - \chi = n \xrightarrow{2} \lambda = 3n$$

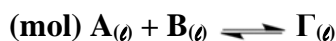
Ο βαθμός απόδοσης συμπίπτει με τον βαθμό διάσπασης του Γ.

$$\alpha = \frac{\chi}{\lambda} = \frac{2n}{3n} = \alpha = \frac{2}{3}$$

Στη X.I. έχουμε: n_A = n_B = 2n mol και n_Γ = n mol

$$K_c = \frac{(\text{Γ})}{(\text{A})(\text{B})} \xrightarrow{(1)} \frac{v}{n} = \frac{\frac{n}{v}}{\frac{2n \cdot 2n}{v \cdot v}} \longrightarrow \frac{v}{n} = \frac{v'}{4n} \longrightarrow V' = 4V$$

β. Τελικό διάλυμα V_{TEΛ} = V + 4V = 5V (L)



Αρχ.	3n	3n	2n
------	----	----	----

$$Q_c = \frac{C_{\text{Γ}}}{C_{\text{A}} \cdot C_{\text{B}}} = \frac{\frac{2n}{5v}}{\frac{3n \cdot 3n}{5v \cdot 5v}} = \frac{10 \cdot V}{9n} \rightleftharpoons Q_c > K_c$$

Επομένως το σύστημα προκειμένου να αποκαταστήσει X.I. πρέπει να κατευθυνθεί προς τ' αριστερά ώστε η τιμή του Q_c να μειωθεί και να γίνει ίση με K_c στην κατάσταση X.I.

Αυτό σημαίνει ότι θα παραχθεί επιπλέον ποσότητα από τα σώματα A και B επομένως η ποσότητα του B στην X.I. , θα είναι μεγαλύτερη από 3 mol.

B4.

$$\alpha. \text{pH} = 9 \xrightarrow{\theta=25^\circ\text{C}} \text{p}^{\text{OH}} = 14 - 9 = 5 \longrightarrow (\text{OH}^-) = 10^{-5} \text{ M (1)}$$



C ₁	C ₁	C ₁
----------------	----------------	----------------

(1)

Ιοντισμός: (M) $\text{CN}^- + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{HCN} + \text{OH}^-$



$$(\text{OH}^-) = \text{X} \xrightarrow{(1)} \text{X} = 10^{-5} \quad (2)$$

$$K_{b\text{CN}^-} = \frac{K_w}{K_{a\text{HCN}}} = \frac{10^{-14}}{6 \cdot 10^{-10}} = \frac{10^{-4}}{6}$$

$$K_b = \frac{(\text{HCN}) \cdot (\text{OH}^-)}{(\text{CN}^-)} \xrightarrow{(2)} \frac{10^{-4}}{6} = \frac{10^{-10}}{\text{C}_1 \cdot 10^{-5}} \longrightarrow \text{C}_1 \cdot 10^{-5} = 6 \cdot 10^{-6} \longrightarrow \text{C}_1 = 1,6 \cdot 10^{-5}$$

Από (2): $(\text{HCN}) = 10^{-5}\text{M} < 1,2 \cdot 10^{-4}\text{M}$

Επομένως το διάλυμα **δεν** είναι θανατηφόρο αφού η συγκέντρωση του HCN είναι μικρότερη από την ελάχιστη θανατηφόρα.

β. Διάλυμα HCN C=1M: $\text{HCN} + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{H}_3\text{O}^+ + \text{CN}^-$

$$\frac{K_a}{C} = \frac{6 \cdot 10^{-10}}{1} < 10^{-2} \longrightarrow \alpha = \sqrt{\frac{K_a}{C}} = \sqrt{6 \cdot 10^{-10}} = 2,45 \cdot 10^{-5}$$

$$(\text{H}_3\text{O}^+) = (\text{CN}^-) = \alpha \cdot C = 2,45 \cdot 10^{-5}\text{M} \quad (1)$$

i. Μετά την ανάμιξη των 2 διαλυμάτων, για την συγκέντρωση των ιόντων CN^- (κοινό ιόν), στο τελικό διάλυμα θα ισχύει:

$$1,6 \cdot 10^{-5}\text{M} < (\text{CN}^-)_{\text{τελ.}} < 2,45 \cdot 10^{-5}\text{M}$$

(Μεταξύ των τιμών των ιόντων πριν την ανάμιξη)

Συγκρίνοντας την συγκέντρωση των ιόντων CN^- στο τελικό διάλυμα και το διάλυμα του HCN πριν την ανάμιξη, παρατηρούμε ότι η (CN^-) στο τελικό διάλυμα μειώθηκε σε σχέση με την τιμή στο διάλυμα του HCN, παρ' όλο που προσθέσαμε το κοινό ιόν από το διάλυμα του NaCN. Αυτό όμως ισοδυναμεί με κατάσταση που προκύπτει από ΑΡΑΙΩΣΗ του διαλύματος του HCN όπου μειώνονται τόσο οι συγκεντρώσεις του HCN όσο και των ιόντων CN^- , ΟΜΩΣ κατά την αραιώση διαλυμάτων ασθενών ηλεκτρολυτών, ο βαθμός ιοντισμού αυξάνεται.

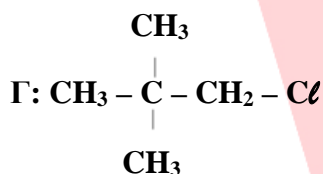
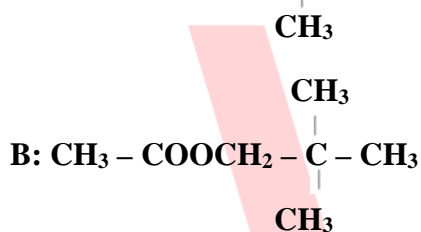
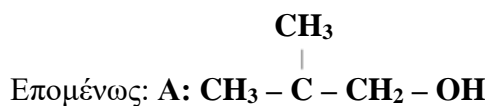
$$\text{Άρα: } \alpha_{\text{τελHCN}} > 2,45 \cdot 10^{-5}$$

ii. Μετά την ανάμιξη των δύο διαλυμάτων ποιοτικά θα προκύψει το σύστημα του ασθενούς οξέος HCN και της ασθενούς συζυγούς του βάσης CN^- , όμως το σύστημα αυτό ΔΕΝ αποτελεί ρυθμιστικό διάλυμα, καθώς οι αρχικές συγκεντρώσεις C_{HCN} και C_{CN^-} στα 2 διαλύματα έχουν διάφορα τάξης μεγέθους αφού $\text{C}_{\text{CN}^-} = 1,6 \cdot 10^{-5}\text{M} \ll \text{C}_{\text{HCN}} = 1\text{M}$.

ΘΕΜΑ Γ:

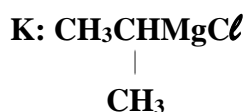
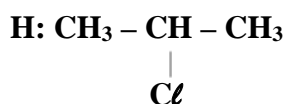
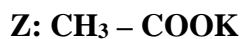
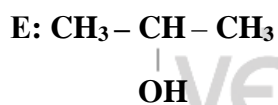
Γ₁. Από **i** και **ii** συμπεραίνουμε ότι η **A** είναι αλκοόλη με 5 άτομα **C**.

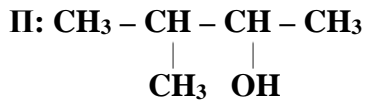
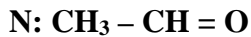
Από **iii** συμπεραίνουμε ότι το γειτονικό άτομο **C**, ως προς το άτομο **C** του υδροξυλίου **ΑΕΝ** διαθέτει άτομο **H**, ώστε να γίνει η αφυδάτωση προς αλκένιο.



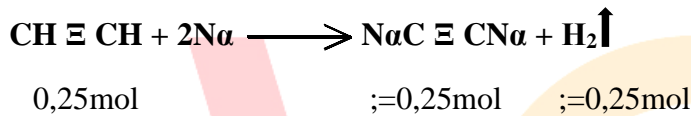
Γ₂. Η ένωση **Π** θα είναι μια αλκοόλη με 5 άτομα **C** και επειδή μπορεί να προκύψει με υδρογόνωση κετόνης, θα είναι δευτεροταγής αλκοόλη. Επειδή όμως προκύπτει και από την προσθήκη του αντιδραστηρίου **Grignard K** στην καρβονυλική **N**, συμπεραίνουμε ότι το αλκίνιο **M** αναγκαστικά θα είναι το **CH₃CH=CH** και η καρβονυλική **N**, η **CH₃CH=O**. Άρα το **Grignard K** θα περιέχει 3 άτομα **C** όπως και το αλκένιο **Δ**.

Τελικά:





Γ3. $6,5\text{g CH} \equiv \text{CH} \xrightarrow{\text{Mr} = 26} n = \frac{6,5}{26} = 0,25\text{mol}$

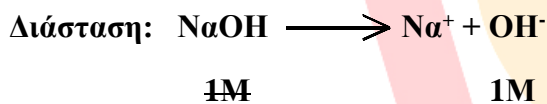
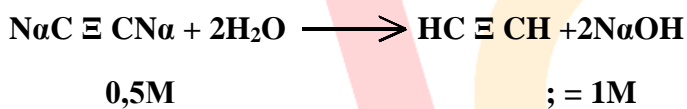


i) το αέριο H_2 : $V = 0,25 \cdot 22,4\text{L} = 5,6\text{L}$ σε STP

ii) P: $\text{NaC} \equiv \text{CNa}$ 0,25mol

Διάλυμα P: $C = \frac{0,25}{0,5} = 0,5\text{M}$

$V = 0,5\text{L}$

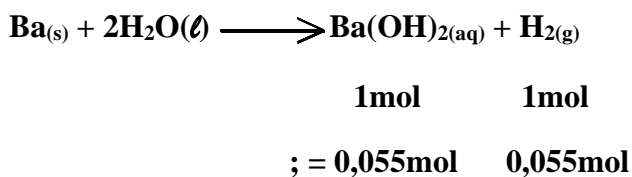


$(\text{OH}^-) = 1\text{M} \longrightarrow \text{pOH} = 0 \longrightarrow \text{pH} = 14$

ΘΕΜΑ Δ:

νέο φροντιστήριο

i. H_2 : Σε STP $\longrightarrow n = \frac{1,232}{22,4} = 0,055\text{mol H}_2$



Στο διάλυμα Y_1 παράχθηκαν: 0,055mol $\text{Ba}(\text{OH})_2$

ii. Διάλυμα HCl $0,4\text{M}$: $n = 0,4 \cdot 0,5 = 0,2 \text{ mol HCl}$ ($V = 0,5\text{L}$)

Επειδή το διάλυμα Y_2 είναι όξινο, είχαμε περίσσεια HCl .



Αρχ. $0,2$

Αντ/παρ -2χ $+ \chi$

Τελικά $0,2-2\chi$ χ

$\text{pH} = 1 \longrightarrow (\text{H}_3\text{O}^+) = 10^{-1} = 0,1\text{M}$



$;$ $= 0,1\text{M}$ $0,1\text{M}$

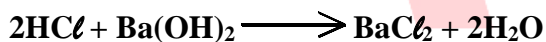
$V_{\text{TEΛ}} = 0,5\text{L}$

$n_{\text{TEΛHCL}} = 0,2-2X$

$$\longrightarrow C_{\text{TEΛHCL}} = \frac{0,0-2X}{0,5} = 0,1 \longrightarrow X = 0,075$$

Άρα στο διάλυμα Y_2 θα υπάρχουν:

Το άλας MCl_2 : $0,075 \text{ mol}$ και η περίσσεια HCl : $0,1-0,15 = 0,05 \text{ mol}$ κατά την ανάμιξη των διαλυμάτων Y_1 και Y_2 θα προηγηθεί η εξουδετέρωση του HCl από το $\text{Ba}(\text{OH})_2$ (Περίσσεια $\text{Ba}(\text{OH})_2$).



2mol 1mol

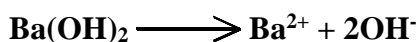
$0,05\text{mol}$ $;$ $= 0,025\text{mol}$

Επομένως θα περισσέψουν: $0,055 - 0,025 = 0,03 \text{ mol Ba}(\text{OH})_2$

Στιγμιαία το διάλυμα Y_3 με όγκο $V_3 = 1\text{L}$ θα περιέχει:



$0,075\text{mol}$ $;$ $= 0,075\text{mol}$



$0,03 \text{ mol}$ $;$ $= 0,06 \text{ mol}$



Αρχ. - 0,075 0,06

Αντ/Παρ +χ -χ -2χ

Τελικά χ (0,075-χ) (0,06-2χ)

$$\text{pH} = 12 \longrightarrow \text{pOH} = 14 - 12 = 2 \longrightarrow (\text{OH}^-) = 10^{-2} \text{ M}$$

$$V_3 = 1\text{L} \longrightarrow n_{\text{OH}^-} = 10^{-2} = 0,01 \text{ mol}$$

$$\text{Άρα: } 0,06 - 2X = 0,01 \longrightarrow \underline{X = 0,025}$$

$$\text{Τελικά: } (\text{M}^{2+}) = \frac{0,075 - X}{V_3} = 0,05 \text{ M}$$

$$\text{i) } K_c = \lambda = (\text{M}^{2+}) \cdot (\text{OH}^-)^2 \longrightarrow \lambda = 5 \cdot 10^{-2} \cdot (10^{-2})^2 \longrightarrow \lambda = 5 \cdot 10^{-6}$$

ii) Σχηματίστηκαν 0,025 mol M(OH)₂

Δ₂. Επειδή η τιμή του pH (=12,5) έναντι της αρχικής τιμής (12), συμπεραίνουμε ότι αυξήθηκε και η τιμή της συγκέντρωσης (OH⁻), η αύξηση αυτή όμως θα προκαλέσει αντίδραση προς αριστερά κατά Le Chatelier.

$$\text{pH}_{\text{τελ.}} = 12,5 \longrightarrow \text{pOH}_{\text{τελ.}} = 14 - 12,5 = 1,5 \longrightarrow (\text{OH}^-)_{\text{τελ.}} = 10^{-1,5} \text{ M}$$

$$\text{Επειδή } \theta = \text{σταθ.} \longrightarrow K_c = 5 \cdot 10^{-6}$$

$$\text{Άρα: } (\text{M}^{2+})_{\text{τελ.}} = \frac{K_c}{(\text{OH}^-)_{\text{τελ.}}^2} = \frac{5 \cdot 10^{-6}}{(10^{-1,5})^2} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ M}$$



Αρχ. 0,025 0,05

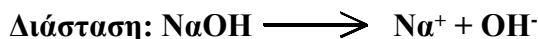
Αντ/Παρ +Ψ -Ψ

Τελική 0,025 +Ψ 0,05 -Ψ

$$V_{\text{τελ.}} = 1\text{L} \longrightarrow 0,05 - \psi = 5 \cdot 10^{-3} \longrightarrow \Psi = 0,045$$

Άρα τελικά θα έχουμε: 0,025 + 0,045 = 0,07 mol M(OH)₂

Δ3. Έστω ότι προστέθηκαν $n \text{ mol NaOH}$

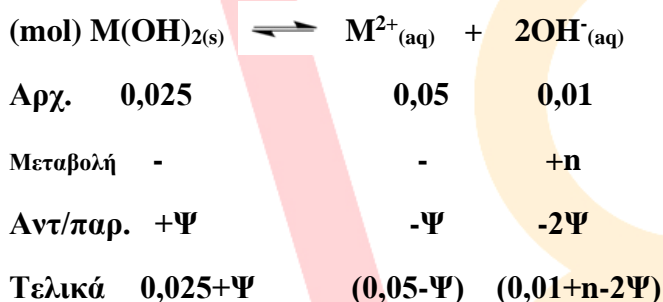


$$n_{\text{mol}} \quad ; = n_{\text{mol}}$$

Η προσθήκη του NaOH θα προκαλέσει αύξηση στην συγκέντρωση (OH^-) οπότε η θέση της ισορροπίας θα μετατοπιστεί προς τ' αριστερά, επομένως η συγκέντρωση (M^{2+}) θα μειωθεί κατά **75%** έναντι της τιμής (M^{2+}) = **0,05M**.

$$(\text{M}^{2+})_{\text{τελ.}} = \frac{25}{100} \cdot 0,05 = 1,25 \cdot 10^{-2} \text{ M}$$

$$V_{\text{τελ}} = 1\text{L} \longrightarrow n = 1,25 \cdot 10^{-2} \text{ mol M}^{2+}$$



$$\text{M}^{2+}: 0,05 - \Psi = 1,25 \cdot 10^{-2} \longrightarrow \Psi = 0,0375$$

$$\text{OH}^-: 0,01 + n - 2 \cdot 0,0375 = (n - 0,065) \text{ mol}$$

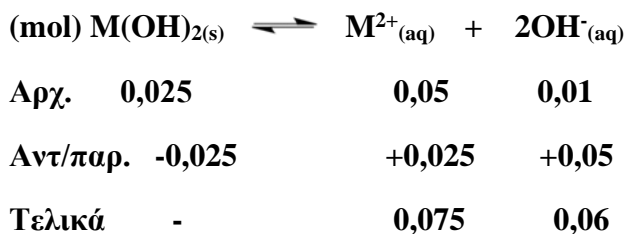
$$\theta = \sigma\tau\alpha\theta. \longrightarrow K_c = 5 \cdot 10^{-6} = 1,25 \cdot 10^{-2} \cdot (n - 0,065)^2 \longrightarrow n - 0,065 = \sqrt{4 \cdot 10^{-4}} \longrightarrow$$

$$n = 0,065 + 0,02 = 0,085.$$

Άρα: προστέθηκαν **0,085mol NaOH.**

Νέο Φροντιστήριο

Δ4. Επειδή κατά την αραίωση του Υ3 μειώνονται τόσο η συγκέντρωση των ιόντων M^{2+} όσο και των ιόντων OH^- , το σύστημα προκειμένου να αναπληρώσει την μείωση αυτή, διαλύει μέρος του ιζήματος επομένως πρέπει να ελέγξουμε πρωτίστως μήπως η αραίωση συμβεί σε μεγάλο βαθμό οπότε και διαλυθεί ΟΛΗ η ποσότητα του ιζήματος των 0,025mol.



Έστω V ο τελικός όγκος ($V > 1\text{L}$)

$$M^{2+}: C = \frac{n}{V} \longrightarrow 1,25 \cdot 10^{-3} = \frac{0,075}{V} \longrightarrow V = 60L$$

$$OH^-: C = \frac{n}{V} = \frac{0,06}{60} = 10^{-3}M$$

$$(M^{2+}) \cdot (OH^-)^2 = 1,25 \cdot 10^{-3} \cdot (10^{-3})^2 = 1,25 \cdot 10^{-9} < K_c$$

Επομένως η αραιώση προκάλεσε **ΠΛΗΡΗ** διάλυση του ιζήματος, οπότε στο διάλυμα που θα έχει όγκο **V = 60L**, θα υπάρχουν μόνο τα ιόντα **M²⁺** με **(M²⁺) = 1,25 · 10⁻³M** και τα ιόντα **OH⁻** με

(OH⁻) = 10⁻³M χωρίς να μπορεί να καταβυθιστεί ίζημα **M(OH)₂**.

$$\text{Άρα: } pOH = -\log(OH^-) = -\log 10^{-3} = 3 \longrightarrow pH = 14 - 3 = 11.$$

***Παρατήρηση:**

Όταν αναφέρεται ότι έχει ρυθμιστεί το **pH** ενός διαλύματος, αυτό σημαίνει ότι οι συγκεντρώσεις **(H₃O⁺)** και **(OH⁻)** έχουν σταθερή τιμή εξ' αρχής, που παραμένει **ΙΔΙΑ** και στην κατάσταση ισορροπίας χωρίς να επηρεάζεται αυτή η σταθερή τιμή, από την ύπαρξη άλλων οξέων ή βάσεων.

Επομένως για τα ιόντα **H₃O⁺** ή **OH⁻** ΔΕΝ θα κάνουμε την απαραίτητη στοιχειομετρική εργασία.

ΝΕΟ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ

 νέο φροντιστήριο	ΜΑΘΗΜΑ - ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΗ ΥΛΗ	ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ - ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
	ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ	Κόκκινος Δημήτρης
	ΤΜΗΜΑ	Θετικών Σπουδών και Σπουδών Οικονομίας και Πληροφορικής των ΓΕΛ
	ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΟ	ΗΛΙΟΥΠΟΛΗΣ
	ΔΙΑΡΚΕΙΑ	3 ώρες

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Έστω μια συνάρτηση f ορισμένη σε ένα διάστημα Δ . Αν
- η f είναι συνεχής στο διάστημα Δ και
 - $f'(x) = 0$ για κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ ,
- τότε να αποδείξετε ότι η f είναι σταθερή σε όλο το διάστημα Δ .
- Μονάδες 8**
- A2.** Πότε λέμε ότι μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα κλειστό διάστημα $[\alpha, \beta]$ του πεδίου ορισμού της;
- Μονάδες 4**
- A3.** Έστω μια συνάρτηση f και x_0 ένα σημείο του πεδίου ορισμού της. Πότε θα λέμε ότι η f είναι συνεχής στο x_0 ;
- Μονάδες 3**
- A4.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- α.) Ισχύει ότι $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - 1}{x} = 0$
- β.) Αν η f είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$ και υπάρχει $\xi \in (\alpha, \beta)$ ώστε $f(\xi) = 0$, τότε ισχύει $f(\alpha)f(\beta) < 0$
- γ.) Κάθε συνάρτηση η οποία δεν είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της τότε δεν μπορεί να είναι παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό.

δ.) Η συνάρτηση $f(x) = a^x$, $a > 0$ είναι παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} και ισχύει $f'(x) = x a^{x-1}$, δηλαδή:

$$(a^x)' = x a^{x-1}$$

ε.) Αν μια συνάρτηση f παρουσιάζει στο x_0 καμπή και η f είναι δύο φορές παραγωγίσιμη, τότε $f''(x_0) = 0$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Θεωρούμε τις συναρτήσεις $g(x) = x - 1$ και $h(x) = x + \frac{4}{x}$.

B1. Να αποδείξετε ότι:

i) Υπάρχει η αντίστροφη συνάρτηση της g , την οποία να ορίσετε.

Μονάδες 3

ii) για κάθε $x \in \mathbb{R}^*$ ισχύει: $(g^{-1} \circ h)(x) = \frac{x^2 + x + 4}{x}$

Μονάδες 3

Αν $f = g^{-1} \circ h$, τότε :

B2. Να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα.

Μονάδες 6

B3. Να αποδείξετε ότι, για κάθε $\alpha \in (0, 1)$ υπάρχει μοναδικό $x_0 \in (0, 2)$ για το οποίο ισχύει: $f(x_0) = \frac{2f(\alpha) + f(2\alpha)}{3}$.

Μονάδες 5

B4. Να βρείτε τις ασύμπτωτες της γραφικής παράστασης της f .

Μονάδες 4

B5. Να βρείτε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της f και τις ευθείες $y = x + 1$, $x = 1$, $x = e$.

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ Γ

Θεωρούμε τις συναρτήσεις f και g για τις οποίες ισχύουν :

$$\bullet \int_0^1 f(x) dx = e - 1$$

- Η g είναι κυρτή στο $[0, +\infty)$.
- $f(x) - g'(x) = e^x - 1$, για κάθε $x \in [0, +\infty)$.

Γ1. Να αποδείξετε ότι : $g(1) - g(0) = 1$.

Μονάδες 4

Γ2. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $g'(x) = 1$ έχει μία μόνο ρίζα ξ , η οποία μάλιστα ανήκει στο διάστημα $(0, 1)$.

Μονάδες 5

Γ3. Αν ξ είναι η ρίζα της εξίσωσης $g'(x) = 1$, τότε :

i) Να αποδείξετε ότι:

Για κάθε $x > \xi$ ισχύει $f(x) > e^x$ και για κάθε $x < \xi$ ισχύει $f(x) < e^x$.

Μονάδες 6

ii) Να αποδείξετε ότι: $\int_0^\xi |f(x) - e^x| dx = \int_\xi^1 |f(x) - e^x| dx$.

Ποια είναι η γεωμετρική ερμηνεία της παραπάνω ισότητας.

Μονάδες 6

Γ4. Να υπολογίσετε το όριο : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\eta \mu x}{f(x) - g'(x)}$.

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ Δ

Θεωρούμε μια παραγωγίσιμη συνάρτηση f στο \mathbb{R} η οποία έχει τις παρακάτω ιδιότητες :

- $f(0) = 0$
- $f(x) \geq 0$, για κάθε $x \in (-1, 1)$ και
- $x \cdot f'(x) - f(x) = -4 \cdot x^2 \cdot (1 + \ln|x|)$, για κάθε $x \neq 0$.

Δ1. Να αποδείξετε ότι $f'(0) = 0$.

Μονάδες 2

Δ2. Να αποδείξετε ότι :

i) $(x \cdot \ln|x|)' = \ln|x| + 1$, για κάθε $x \neq 0$.

Μονάδες 2

$$\text{ii.) } f(x) = \begin{cases} -4x^2 \cdot \ln|x|, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

Μονάδες 7

Δ3. i) Να βρείτε τα ακρότατα της f στο κλειστό διάστημα $[-1,1]$.

Μονάδες 4

ii) Για τις διάφορες τιμές του $\kappa \in \mathbb{R}$, να βρείτε το πλήθος των ριζών της εξίσωσης $\frac{\kappa}{x^2} + 2 \cdot \ln x^2 = 0$ που ανήκουν στο διάστημα $[-1,1]$.

Μονάδες 3

Δ4. i) Αφού αποδείξετε ότι η f είναι άρτια, να αποδείξετε ότι:

$$\int_{-a}^a f(x)dx = 2 \cdot \int_0^a f(x)dx, \quad a > 0$$

Μονάδες 3

ii) Αν F η αρχική της f στο \mathbb{R} , να αποδείξετε ότι, για κάθε $\beta > 1$ ισχύει:

$$\frac{F(\beta) - F(-1)}{2} < \int_0^1 f(x)dx$$

Μονάδες 4

Ευχόμαστε επιτυχία!

ΝΕΟ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ

 Vneo φροντιστήριο	ΜΑΘΗΜΑ - ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΗ ΥΛΗ	ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ - ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
	ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ	Κόκκινος Δημήτρης
	ΤΜΗΜΑ	Θετικών Σπουδών και Σπουδών Οικονομίας και Πληροφορικής των ΓΕΛ
	ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΟ	ΗΛΙΟΥΠΟΛΗΣ
	ΔΙΑΡΚΕΙΑ	

Ενδεικτικές λύσεις

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Σελ.133 σχ. βιβλ. Μονάδες 8
A2. Σελ.104 σχ. βιβλ. Μονάδες 4
A3. Σελ.70 σχ. βιβλ. Μονάδες 3
A4.

α.) Σωστό →Σελ.53 σχ. βιβλ.	β.) Λάθος →Σελ.74 σχ. βιβλ.	γ.) Σωστό →Σελ.100 σχ. βιβλ.	δ.) Λάθος →Σελ.116 σχ. βιβλ.	ε.) Σωστό →Σελ.157 σχ. βιβλ.
--	--	---	---	---

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

- B1.** i)
Η $g(x) = x - 1$ έχει $D_g = \mathbb{R}$ και $g(D_g) = \mathbb{R}$ και είναι ευθεία με $a = 1 > 0$ άρα γνησίως
αύξουσα $\Rightarrow 1-1 \Leftrightarrow \exists g^{-1}$ και ισχύει $y = g(x) \Leftrightarrow g^{-1}(y) = x$
Οπότε έχουμε $y = x - 1 \Leftrightarrow x = y + 1 \Leftrightarrow g^{-1}(y) = y + 1 \Leftrightarrow g^{-1}(x) = x + 1$
με $D_{g^{-1}} = g(D_g) = \mathbb{R}$ και $g^{-1}(D_{g^{-1}}) = D_g = \mathbb{R}$

Μονάδες 3

ii)

$$D_h = \mathbb{R}^* \text{ και}$$

$$D_{g^{-1} \circ h} = \{x \in D_h / h(x) \in D_{g^{-1}}\} = \{x \in \mathbb{R}^* / h(x) \in \mathbb{R}\} = \mathbb{R}^*$$

$$(g^{-1} \circ h)(x) = g^{-1}(h(x)) = \left(x + \frac{4}{x}\right) + 1 = \frac{x^2 + x + 4}{x}$$

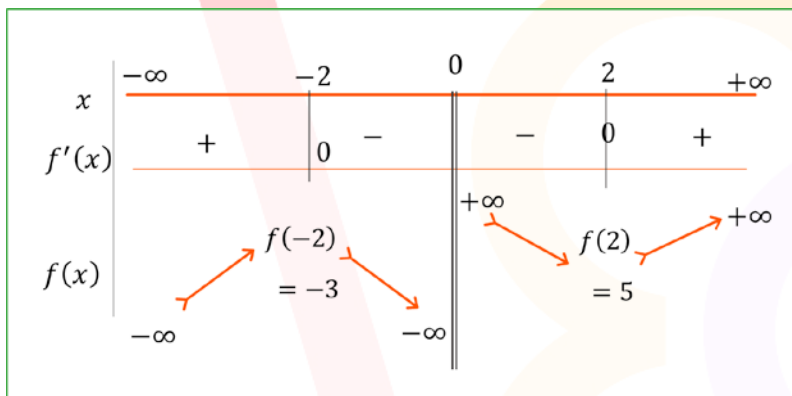
Μονάδες 3

B2.

$$f(x) = x + \frac{4}{x} + 1 = \frac{x^2 + x + 4}{x}, \quad x \neq 0$$

$$f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2} = \frac{x^2 - 4}{x^2} \quad \text{άρα} \quad f'(x) = 0 \Rightarrow x = \pm 2$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 4}{x^2} > 0 \Leftrightarrow (x^2 - 4) > 0$$

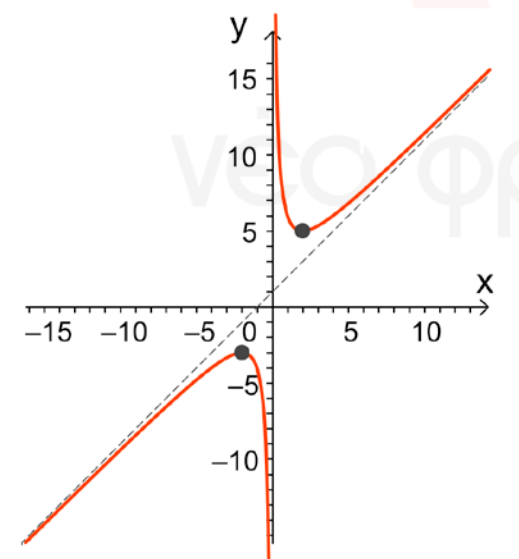


f γνησίως αύξουσα στα: $(-\infty, -2]$ και $[2, +\infty)$

f γνησίως φθίνουσα στα: $[-2, 0)$ και $(0, -2]$

Τοπικό μέγιστο το $f(-2) = -3$

τοπικό ελάχιστο το $f(2) = 5$



Μονάδες 6

B3.

Για κάθε $x \in (0,2] \Rightarrow f(x) \geq 5$, άρα

$$\forall \alpha \in (0,1) \Rightarrow \begin{cases} f(\alpha) > 5 \\ 2\alpha \in (0,2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2f(\alpha) > 10 \\ f(2\alpha) > 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2f(\alpha) + f(2\alpha) > 15 \Rightarrow \frac{2f(\alpha) + f(2\alpha)}{3} > 5$$

Άρα το $\frac{2f(\alpha) + f(2\alpha)}{3} \in f((0,2))$, όποτε υπάρχει $x_0 \in (0,2)$ ώστε $f(x_0) = \frac{2f(\alpha) + f(2\alpha)}{3}$

επειδή f είναι γνησίως φθίνουσα είναι μοναδικό

Μονάδες 5

B4.

- $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty \Rightarrow x = 0$ κατακόρυφη ασύμπτωτη
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty \Rightarrow x = 0$ κατακόρυφη ασύμπτωτη
- $\lambda = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + x + 4}{x^2} = 1$

$$\beta = \lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{4}{x} + 1 \right) = 1$$

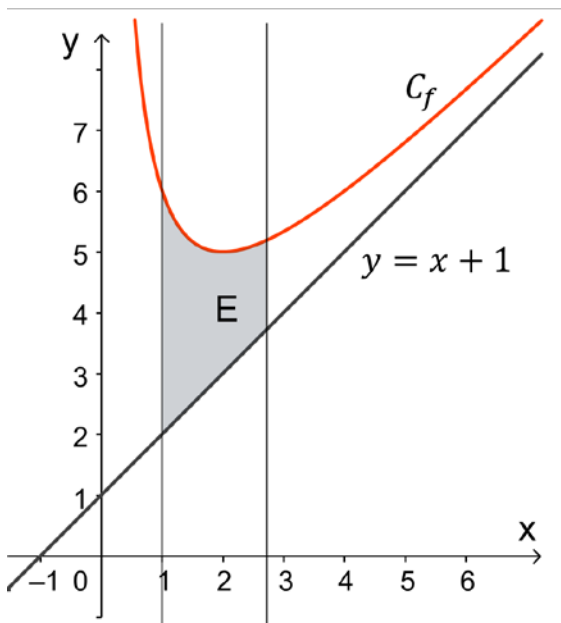
Έτσι η ευθεία $y = x + 1$ είναι πλάγια ασύμπτωτη της C_f στο $-\infty$, αλλά και στο $+\infty$ με τον αλλαγή του $\lim_{x \rightarrow -\infty}$ με $\lim_{x \rightarrow +\infty}$

Μονάδες 4

B5.

$$E = \int_1^e |f(x) - y| dx = \int_1^e \left| x + \frac{4}{x} + 1 - (x + 1) \right| dx$$

$$= \int_1^e \left| \frac{4}{x} \right| dx \stackrel{\substack{1 \leq x \leq e \\ \frac{4}{x} > 0}}{=} \int_1^e \frac{4}{x} dx = 4 \left[\ln|x| \right]_1^e = 4(\ln e - \ln 1) = 4$$



Μονάδες 4

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

Έχουμε $f(x) - g'(x) = e^x - 1 \Rightarrow g'(x) = f(x) - e^x + 1$ (1), οπότε:

$$\begin{aligned} g(1) - g(0) &= \int_0^1 g'(x) dx = \int_0^1 (f(x) - e^x + 1) dx \\ &= \int_0^1 f(x) dx - \int_0^1 e^x dx + \int_0^1 1 dx \\ &= e - 1 - [e^x]_0^1 + [x]_0^1 = e - 1 - (e - 1) + (1 - 0) = 1 \end{aligned}$$

Μονάδες 4

Γ2.

Θέτουμε $h(x) = g(x) - x$ και

$h(0) = g(0) - 0 = g(0)$ και $h(1) = g(1) - 1$ από ερώτημα Γ1 $\Rightarrow h(0) = h(1)$

ισχύουν οι προϋποθέσεις του θεωρήματος Rolle στο $[0,1]$

Υπάρχει ένα τουλάχιστον $\xi \in (0,1) : h'(\xi) = 0$

τουλάχιστον ρίζα $\xi \in (0,1)$ Και επειδή η g κυρτή $[0, +\infty) \Rightarrow g'$ γνησίως αύξουσα στο $[0, +\infty)$

Άρα και στο $(0,1)$, άρα η ρίζα ξ είναι μοναδική

Μονάδες 5

Γ3.

Αν ξ είναι η ρίζα της εξίσωσης $g'(x) = 1 \Rightarrow g'(\xi) = 1$ (2)

$$x > \xi \stackrel{g' \text{ γν αύξ}}{\Rightarrow} g'(x) > g'(\xi) \stackrel{(1),(2)}{\Rightarrow} f(x) - e^x + 1 > 1 \Rightarrow f(x) > e^x$$

Ομοίως $x < \xi \Rightarrow f(x) < e^x$

ii)

από το (i) $x < \xi \Rightarrow f(x) < e^x \Rightarrow$

$$\int_0^{\xi} |f(x) - e^x| dx = \int_0^{\xi} -(f(x) - e^x) dx = - \int_0^{\xi} (f(x) - e^x) dx$$

(i) $x < \xi \Rightarrow f(x) < e^x$ από το (i) $x > \xi \Rightarrow f(x) > e^x \Rightarrow$

$$\int_{\xi}^1 |f(x) - e^x| dx = \int_{\xi}^1 (f(x) - e^x) dx$$

(i) $x > \xi \Rightarrow f(x) > e^x$

$$\int_0^{\xi} |f(x) - e^x| dx = \int_{\xi}^1 |f(x) - e^x| dx \Leftrightarrow$$

$$- \int_0^{\xi} (f(x) - e^x) dx = \int_{\xi}^1 (f(x) - e^x) dx \Leftrightarrow$$

$$0 = \int_0^{\xi} (f(x) - e^x) dx + \int_{\xi}^1 (f(x) - e^x) dx \Leftrightarrow$$

$$0 = \int_0^1 (f(x) - e^x) dx \Leftrightarrow \int_0^1 f(x) dx - \int_0^1 (e^x) dx = 0$$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 f(x) dx - [e^x]_0^1 = 0 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x) dx - (e - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 f(x) dx = e - 1$$

το οποίο ισχύει

γεωμετρική ερμηνεία της παραπάνω ισότητας

Αν Ω είναι το χωρίο που περικλείεται από τις C_f την $y = e^x$ και τις ευθείες $x = 0$ και $x = 1$ τότε η ευθεία $x = \xi$ χωρίζει το Ω σε 2 ισεμβαδικά χωρία

Γ4.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\eta \mu x}{f(x) - g'(x)} \stackrel{(1)}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\eta \mu x}{e^x - 1}$$

Ισχύει ότι:

$$|\eta \mu x| \leq 1 \quad \begin{matrix} x \rightarrow +\infty \\ |e^x - 1| > 0 \end{matrix} \Rightarrow \frac{|\eta \mu x|}{|e^x - 1|} \leq \frac{1}{|e^x - 1|} \Rightarrow \left| \frac{\eta \mu x}{e^x - 1} \right| \leq \frac{1}{|e^x - 1|}$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{|e^x - 1|} \leq \frac{\eta \mu x}{e^x - 1} \leq \frac{1}{|e^x - 1|} \stackrel{\text{Κρ.Παρ.}}{\Rightarrow} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\eta \mu x}{e^x - 1} = 0$$

αφού

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{1}{|e^x - 1|} \stackrel{\left(\frac{-1}{\infty}\right)}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{|e^x - 1|} \stackrel{\left(\frac{1}{\infty}\right)}{=} 0$$

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.

f παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R} \Rightarrow f$ παραγωγίσιμη στο $0 \Rightarrow \exists f'(x_0)$

Επίσης για κάθε $x \in (-1, 1) \Rightarrow f(x) \geq 0 = f(0) \Rightarrow f(x) \geq f(0)$

$\Rightarrow f(0)$ τοπικό ελάχιστο στο $(-1, 1)$ έτσι έχουμε:

$$\left. \begin{array}{l} f/(-1, 1) \\ 0 \in (-1, 1)^{\text{εσωτ}} \\ f(0) \text{ τοπ. ακροτ.} \\ \exists f'(0) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{θ. Fermat} \\ \Rightarrow f'(0) = 0 \end{array}$$

Μονάδες 2

Δ2. i)

$$(x \cdot \ln|x|)' = (x)' \ln|x| + x(\ln|x|)' = \ln|x| + x \frac{1}{x} = \ln|x| + 1$$

Μονάδες 2

ii)

Με $x \neq 0$ έχουμε

$$x \cdot f'(x) - f(x) = -4 \cdot x^2 \cdot (1 + \ln|x|) \stackrel{+x^2 \neq 0}{\Rightarrow}$$

$$\frac{f'(x) \cdot x - f(x) \cdot (x)'}{x^2} = -4(1 + \ln|x|) \stackrel{i)}{\Rightarrow} \left(\frac{f(x)}{x}\right)' = -4(x \cdot \ln|x|)'$$

$$\stackrel{i)}{\Rightarrow} \left(\frac{f(x)}{x}\right)' = (-4x \cdot \ln|x|)' \Rightarrow \frac{f(x)}{x} = -4x \cdot \ln|x| + c$$

$$\Rightarrow \boxed{f(x) = -4x^2 \cdot \ln|x| + cx} \quad (1)$$

Όμως από Δ1 έχουμε

$$f'(0) = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-4x^2 \cdot \ln|x| + cx}{x} = 0$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{-4x^2 \cdot \ln|x|}{x} + \frac{cx}{x} \right) = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} (-4x \cdot \ln|x|) + c = 0$$

$$\Rightarrow 0 + c = 0 \Rightarrow c = 0 \text{ αφού}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (-4x \cdot \ln|x|) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{-4 \cdot \ln|x|}{\frac{1}{x}} \right) \stackrel{\frac{+\infty}{\pm\infty}}{\stackrel{DLH}{=}} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(-4 \cdot \ln|x|)'}{\left(\frac{1}{x}\right)'}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{-4 \cdot \frac{1}{x}}{-\frac{1}{x^2}} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} (4x) = 0$$

Έτσι η (1) $\stackrel{c=0}{\Rightarrow} \boxed{f(x) = -4x^2 \cdot \ln|x|}$, $x \neq 0$

Επομένως $f(x) = \begin{cases} -4x^2 \cdot \ln|x|, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$

Μονάδες 7

Δ3. i)

$$f'(x) = (-4x^2 \cdot \ln|x|)' = -8x \ln|x| - 4x = -4x(2 \ln|x| + 1), \quad x \neq 0$$

Επομένως $f'(x) = \begin{cases} -4x(2 \ln|x| + 1), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$

Ρίζες της f' :

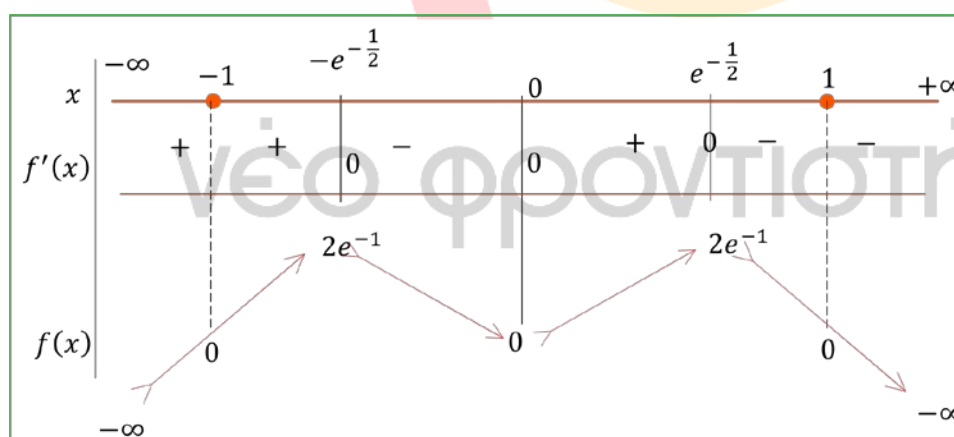
$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2 \ln|x| + 1 = 0 \Leftrightarrow \ln|x| = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow |x| = e^{-\frac{1}{2}} \Leftrightarrow x = \pm e^{-\frac{1}{2}} = \pm \frac{1}{\sqrt{e}}$$

και η $x = 0$

Προφανώς είναι

$$0 < e^{-\frac{1}{2}} < 1 = e^0$$

Πίνακας πρόσημου f'



Τα ακρότατα της $f(x) = -4x^2 \cdot \ln|x|$ στο $[-1, 1]$ είναι

Τοπικά μέγιστα (και ολικά) τα

$$f\left(\pm e^{-\frac{1}{2}}\right) = -4 \cdot \left(\pm e^{-\frac{1}{2}}\right)^2 \cdot \ln\left|\pm e^{-\frac{1}{2}}\right| = -4 \cdot (e) \cdot \ln\left(e^{-\frac{1}{2}}\right)$$

$$= -4e^{-1} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 2e^{-1} = \frac{2}{e}$$

τοπικά ελάχιστα τα

$$f(-1) = -4 \cdot (-1)^2 \cdot \ln|-1| = 0$$

$$f(0) = 0$$

$$f(1) = -4 \cdot (-1)^2 \cdot \ln|1| = 0$$

Μονάδες 4

ii)

Με $x \neq 0$ η εξίσωση ισοδύναμα γίνεται:

$$\begin{aligned} \frac{\kappa}{x^2} + 2 \cdot \ln x^2 = 0 &\Leftrightarrow \frac{\kappa}{x^2} = -2 \ln x^2 \Leftrightarrow \frac{\kappa}{x^2} = -2 \ln|x|^2 \Leftrightarrow \\ \frac{\kappa}{x^2} = -4 \cdot \ln|x| &\Leftrightarrow \kappa = -4x^2 \cdot \ln|x| \Leftrightarrow \boxed{f(x) = \kappa} \quad (1) \end{aligned}$$

Για το πλήθος των ριζών της εξίσωσης $\boxed{f(x) = \kappa}$ (1) για τις διάφορες τιμές του $\kappa \in \mathbb{R}$ από τον παραπάνω πίνακα προσήμου και τη μονοτονία της f , δεδομένου ότι $x \neq 0$ και $f([-1,1]) = [0, 2e^{-1}]$ διακρίνουμε τις παρακάτω περιπτώσεις:

- αν $\kappa < 0 \Rightarrow \kappa \notin f([-1,1])$, επομένως η εξίσωση (1) δεν έχει λύσεις στο $[-1,1]$
- $\kappa = 0 \Rightarrow \kappa \in f([-1,1])$, επομένως η εξίσωση (1) έχει 2 λύσεις στο $[-1,1]$ τις $x = -1$ και $x = 1$ δεδομένου ότι $x \neq 0$
- $0 < \kappa < 2e^{-1} \Rightarrow \kappa \in f([-1,1])$, επομένως η εξίσωση (1) έχει 4 λύσεις στο $[-1,1]$
- $\kappa = 2e^{-1} \Rightarrow \kappa \in f([-1,1])$, επομένως η εξίσωση (1) έχει 2 λύσεις στο $[-1,1]$ τις $x = -e^{-\frac{1}{2}}$ και $x = e^{-\frac{1}{2}}$
- $\kappa > 2e^{-1} \Rightarrow \kappa \notin f([-1,1])$, επομένως η εξίσωση (1) δεν έχει λύσεις στο $[-1,1]$

Μονάδες 3

Δ4. i)

- $\forall x \in D_f = \mathbb{R} \Rightarrow -x \in D_f$
- $f(-x) = -4(-x)^2 \ln|-x| = -4x^2 \cdot \ln|x| = f(x)$

Άρα f άρτια

$$\begin{aligned}
\int_{-\alpha}^{\alpha} f(x) dx &= \int_{-\alpha}^0 f(x) dx + \int_0^{\alpha} f(x) dx \\
&= \int_{-\alpha}^0 f(-x) dx + \int_0^{\alpha} f(x) dx \stackrel{(*)}{=} \int_{\alpha}^0 f(u)(-du) + \int_0^{\alpha} f(x) dx \\
&= -\int_{\alpha}^0 f(u) du + \int_0^{\alpha} f(x) dx = \int_0^{\alpha} f(u) du + \int_0^{\alpha} f(x) dx \\
&= \int_0^{\alpha} f(x) dx + \int_0^{\alpha} f(x) dx = 2 \cdot \int_0^{\alpha} f(x) dx
\end{aligned}$$

(*) Θέτουμε

$$u = -x$$

$$du = -dx$$

x	u
$-\alpha$	α
0	0

Μονάδες 3

ii)

$$\frac{F(\beta) - F(-1)}{2} < \int_0^1 f(x) dx \Leftrightarrow F(\beta) - F(-1) < 2 \int_0^1 f(x) dx \stackrel{\Delta 4i}{\Leftrightarrow}$$

$$F(\beta) - F(-1) < \int_{-1}^1 f(x) dx \stackrel{F \text{ αρχική της } f}{\Leftrightarrow} F(\beta) - F(-1) < F(1) - F(-1) \Leftrightarrow$$

$$F(\beta) < F(1) \Leftrightarrow \boxed{F(\beta) - F(1) < 0} \text{ το οποίο αρκεί να αποδείξουμε.}$$

Όμως ισχύουν οι προϋποθέσεις ΘΜΤ για την F στο $[1, \beta]$ οπότε έχουμε ότι

$$\exists \xi \in (1, \beta) : \frac{F(\beta) - F(1)}{\beta - 1} = F'(\xi) \stackrel{F \text{ αρχική της } f}{\Leftrightarrow} \frac{F(\beta) - F(1)}{\beta - 1} = f(\xi)$$

$$\Leftrightarrow F(\beta) - F(1) = (\beta - 1)f(\xi)$$

Όμως

$$f \text{ γν. φθίνουσα στο } [1, +\infty) \text{ αφού } \xi > 1 \Rightarrow f(\xi) < f(1) \Rightarrow f(\xi) < 0$$

$$\beta > 1 \Rightarrow \beta - 1 > 0$$

$$\text{Άρα } (\beta - 1)f(\xi) < 0 \Rightarrow \boxed{F(\beta) - F(1) < 0} \text{ το οποίο θέλαμε να αποδείξουμε}$$

Μονάδες 4